1．

図1のような媒質1と媒質2からなる空間で，媒質1内で発生した平面波が，両媒質の境界面Sに対して垂直方向に伝搬し，媒質2に入射する。Sから距離 $d\,(d>0)$ の位置に，紙面に垂直で断面が円形の無限に長い反射体Rがあり，波は反射する。この反射では波の位相は変化しないものとし，またRで反射した波がSに達した後にSから発生する反射波の影響は考えなくてよい。媒質1および媒質2の中では，平面波の波長はそれぞれ L および l である。次の問いに答えよ。

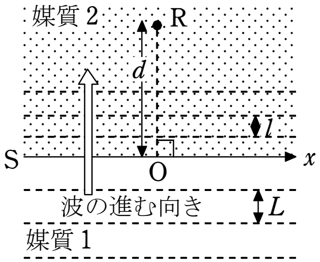


図1

(1) 媒質1に対する媒質2の屈折率を求めよ。

(2) 反射体Rで反射した波の媒質2内での波面の概略図を図2にかけ。反射体の断面の直径は，l に比べて十分小さいものとする。

図2

反射前の平面波と反射体Rで反射した波は干渉し，境界面S上で強めあう点が観測された。この位置を表すために，図1のようにRが紙面と交わる点からSに下ろした垂線とSとの交点を原点Oとし，S上に反射体Rに垂直な座標 x を定義する。

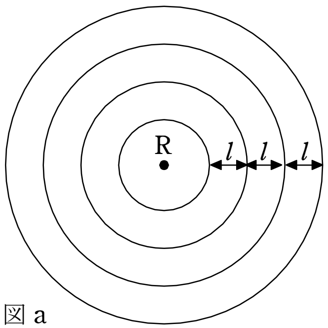
(3) 2つの波の経路差が波長の n 倍（n は自然数）となるとき，2つの波は干渉して強めあう。境界面S上で強めあう干渉位置 x が満たすべき条件式を求めよ。

(4) x と d をそれぞれ横軸と縦軸にとり，$0<d\leqq\frac{5}{2}l$ と $-3l\leqq x\leqq 3l$ の範囲で，(3)で求めた条件式のグラフの概形をかけ。n は1～5の範囲とする。

(5) $d=\frac{15}{8}l$ の場合を考える。(4)のグラフを参考にして，強めあう干渉点の中で，$-3l\leqq x\leqq 3l$ の範囲にある位置 x の値をすべて求めよ。

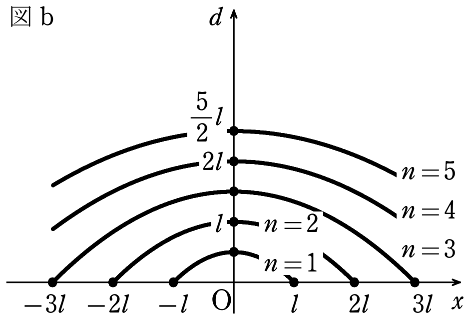
解答　(1) $\dfrac{L}{l}$　(2) 図a　(3) $d+\sqrt{d^2+x^2}=nl$

(4) 図b　(5) $\pm l$，$\pm\frac{5}{2}l$



図a

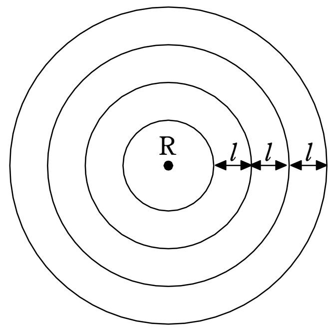
図b



解説

(1) 屈折の法則「$\dfrac{\lambda_1}{\lambda_2}=n_{12}$」より，求める屈折率を n とすると　$n=\dfrac{L}{l}$

(2) 反射体Rの断面の直径は，波長 l に比べて十分小さいので，ホイヘンスの原理に従うと，反射体Rの位置に素元波を考えて同心円状に広がる。よって，図aのようになる。



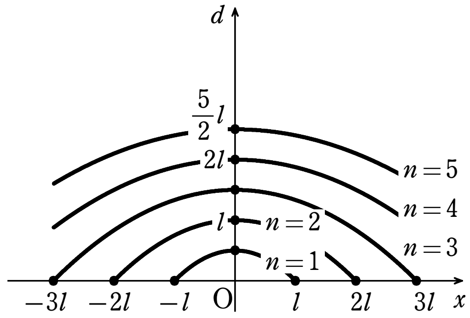
図a

(3) 境界面S上にある位置 x の点をAとする。媒質1を進んでいる波は平面波なので，OとAは同一の位相となる。よって，2つの波の経路差を考えるとき，OAの距離は考えなくてよい。すなわち，経路差はOR＋RAといえる。ゆえに　OR＋RA＝nl

OR，RAを代入して　$d+\sqrt{d^2+x^2}=nl$

(4) (3)の式を整理すると　$d=-\dfrac{x^2}{2nl}+\dfrac{nl}{2}$

なので，d 軸が軸となるような上に凸の放物線となり，図bのようになる。



図b

(5)　$n=6$ のグラフと $d=\dfrac{15}{8}l$ (点線) を追加する (図 c)。

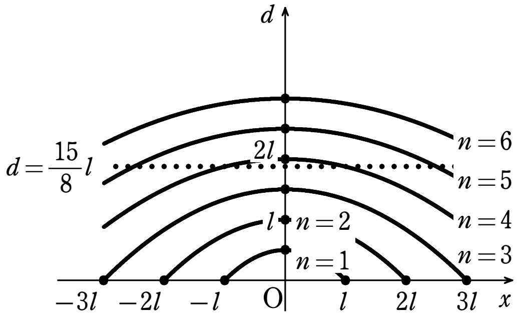


図 c

図 c の実線と点線の交点が求める点である。

$n=4$ のとき　$\dfrac{15}{8}l=2l-\dfrac{x^2}{8l}$

よって　$x=\pm l$

$n=5$ のとき　$\dfrac{15}{8}l=\dfrac{5}{2}l-\dfrac{x^2}{10l}$

よって　$x=\pm\dfrac{5}{2}l$

ゆえに　$x=\pm l,\ \pm\dfrac{5}{2}l$

2．

次の文を読み，次の問いに答えよ。

ホイヘンスは，波面上の各点を波源として円形波が生じていると考え，これを素元波と名づけた。この素元波すべてに接する直線または曲線 (包絡線) がすぐ次の時刻の波面になると考えた。これをホイヘンスの原理という。ホイヘンスの原理を使って，波の屈折を考える。

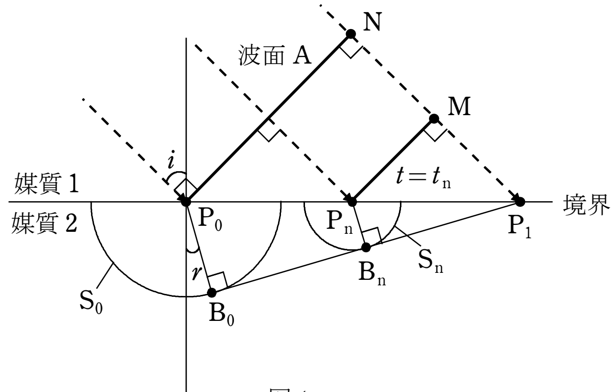


図 1

図 1 のように，直線波 (平面波) が媒質 1 から媒質 2 との境界に，入射角 i で入射しており，入射波の進行方向が矢印の付いた破線で示されている。時刻 t_0 で入射波は波面 A をつくり，一方の端は境界上の点 P_0 に達している。点 N にあったもう一方の端は，時刻 $t_1\,(>t_0)$ で境界上の点 P_1 に達した。このとき点 P_0 から出た素元波は S_0 である。素元波 S_0 に点 P_1 から接線を引き，その接点を B_0 とする。線分 P_0B_0 と境界の法線とのなす角は r である。時刻 $t_n\,(t_0<t_n<t_1)$ で，波面は境界上の点 P_n に達し，線分 P_nM で示されている。時刻 t_1 では点 P_n からの素元波は S_n となっている。S_n に点 P_1 から接線を引いたときの接点を B_n とする。媒質 1，媒質 2 での波の速さはそれぞれ v_1，$v_2\,(v_2<v_1)$ であるとする。

(1)　素元波 S_n の半径を，t_0，t_1，t_n，v_1，および v_2 の中から適当な記号を用いて表せ。

(2)　任意の点 P_n から生じた素元波の包絡線が線分 P_1B_0 と一致すれば，この線分が $t=t_1$ における屈折波の波面となる。線分 P_1B_0 上に点 B_n があることを示すために，図 1 中の $\triangle P_1P_0B_0$ と $\triangle P_1P_nB_n$ が相似であることを証明せよ。

(3)　媒質 1，媒質 2 での波の速さの比 $\dfrac{v_1}{v_2}$ を，i，r，t_0，t_1，および t_n の中から適当な記号を用いて表せ。

次に円形波の境界への入射を考える。図 2 のように，波源 O が媒質 3 の中にあり，円形の波面が速さ v_3 で広がっている。波源の近くには，媒質 4 との境界が存在している。円形波は時刻 $t=0$ で波面 A をつくった。それ以降の媒質 3 における速さ v_3 で広がる波面を $\varDelta t$ ごとに円弧で描いた。また，これらの円弧と境界の交点と波源 O とを結ぶ直線が破線で描かれている。媒質 4 での波の速さ v_4 は $\dfrac{1}{2}v_3$ であるとする。

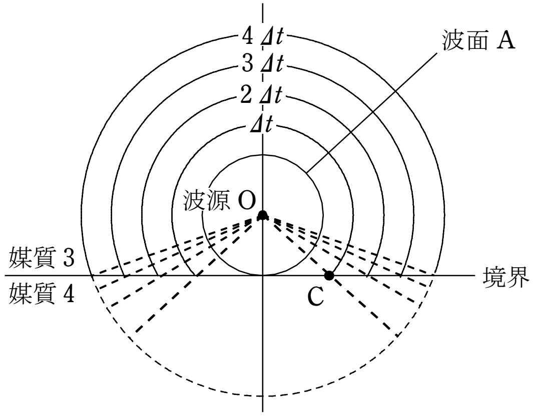


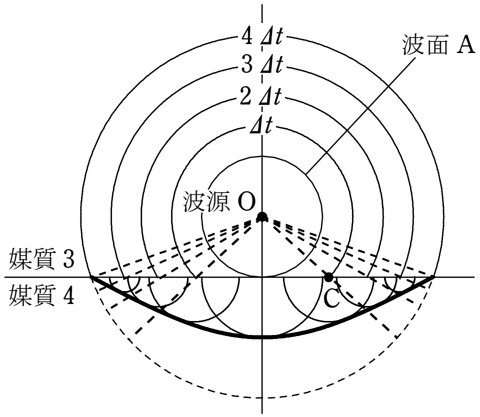
図 2

(4)　時刻 $t=\varDelta t$ での波面と境界の交点の 1 つを C とするとき，$t=4\varDelta t$ での C から発生した媒質 4 における素元波の半径を，$\varDelta t$ および v_3 を用いて表せ。

(5)　媒質 4 における時刻 $t=4\varDelta t$ での波面をホイヘンスの原理を用いて，境界から生じた素元波とともに図 2 に図示せよ。

解答　(1)　$v_2(t_1-t_n)$　　(2)　省略　　(3)　$\dfrac{\sin i}{\sin r}$　　(4)　$\dfrac{3}{2}v_3\varDelta t$

(5)



解説

(1)　求める素元波は時刻　$t=t_n$　のとき，点 P_n を中心として，速さ v_2 で t_1-t_n の間広がる。

ゆえに，求める半径は

$$r_n=v_2(t_1-t_n)$$

(2)　$\triangle P_1MP_n$ と $\triangle P_1NP_0$ は相似であり

$$\begin{aligned} P_1P_n : P_1P_0 &= P_1M : P_1N \\ &= v_1(t_1-t_n) : v_1(t_1-t_0) \\ &= (t_1-t_n) : (t_1-t_0) \quad \cdots\cdots ① \end{aligned}$$

また　$P_nB_n : P_0B_0 = v_2(t_1-t_n) : v_2(t_1-t_0)$

$$= (t_1-t_n) : (t_1-t_0) \quad \cdots\cdots ②$$

である。ゆえに，①，② 式より

$$P_1P_n : P_1P_0 = P_nB_n : P_0B_0$$

が成りたち，$\triangle P_1P_0B_0$ と $\triangle P_1P_nB_n$ はともに直角三角形であることから，$\triangle P_1P_0B_0$ と $\triangle P_1P_nB_n$ は相似となる。

(3)　$\triangle P_1P_nM$ と $\triangle P_1P_nB_n$ に着目すると

$$\sin i = \frac{v_1(t_1-t_n)}{P_1P_n},\quad \sin r = \frac{v_2(t_1-t_n)}{P_1P_n}$$

が成りたつので，$\dfrac{v_1}{v_2}=\dfrac{\sin i}{\sin r}$

(4)　広がる時間は，$4\varDelta t-\varDelta t=3\varDelta t$ となるので

$$v_4\times 3\varDelta t=\frac{3}{2}v_3\varDelta t$$

(5)　媒質 4 における波の速さが，媒質 3 における波の速さの半分であることに注意すると，下図のようになる。