

1.

図1のように xy 平面に広がる水面が、 x 軸を境界として水深が異なる2つの領域に分かれている。領域 A ($y > 0$) における波の速さを V 、領域 B ($y < 0$) における波の速さを $\frac{V}{2}$ とする。簡単のため、波の反射と屈折は境界で起こり、反射する際に波の位相は変化しないと仮定して、次の問いに答えよ。

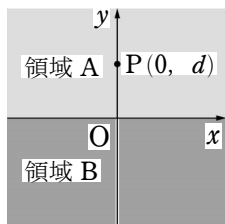


図1

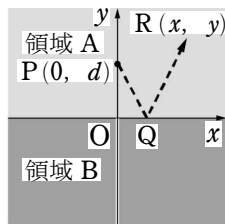


図2

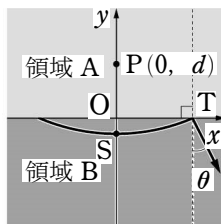


図3

[A] 図1のように、領域 A の座標 $(0, d)$ の点 P に波源を置く。波源は一定の周期で振動し、まわりの水面に同心円状の波を広げる。

(1) 領域 A におけるこの波の波長を $\frac{d}{2}$ とする。その波の振動数を、 V, d を用いて表せ。また、同じ波源が領域 B にある場合、そこから出る波の波長を求めよ。

(2) 波長に比べて水深が十分に小さい場合、波の速さ v は重力加速度の大きさ g と水深 h を用いて $v = g^a h^b$ と表される。ここで a, b は定数である。両辺の単位を比較することにより a, b を求めよ。これを用いて領域 A の水深は領域 B の水深の何倍か求めよ。

(3) 図2のように、波源 P から出た波が境界上の点 Q で反射した後、座標 (x, y) の点 R に伝わる場合を考える。点 Q の位置は反射の法則により定まる。このとき、距離 $PQ + QR$ を、 x, y, d を用いて表せ。

(4) 直線 $y = d$ 上の座標 (x, d) の点で、波源から直接伝わる波と境界からの反射波が弱めあう条件を、 x, d と整数 n を用いて表せ。また、そのような点は直線 $y = d$ 上に何個あるか。

(5) 領域 B において波源と同じ位相をもつ波面のうち、原点 O から見て最も内側のものを考える。図3のように、その波面と x 軸 ($x > 0$) との交点を T、 y 軸との交点を S とし、点 T における屈折角を θ とする。点 S, T の座標と $\sin \theta$ を求めよ。

[B] [A] と同じ振動数の波源が一定の速さで動いている場合について、次の問いに答えよ。

(1) 波源が領域 A の y 軸上を正の向きに速さ u ($u < \frac{V}{2}$) で動いている場合を考える。

波源の位置で観測される反射波の振動数を、 V, u, d を用いて表せ。また、領域 B の y 軸上を負の向きに一定の速さ w ($w < \frac{V}{2}$) で動く点で観測される波の振動数を、 V, u, w, d を用いて表せ。

(2) 次に、波源が領域 A の直線 $y = d$ 上を右向きに速さ u ($u < \frac{V}{2}$) で動いている場合を考える。波源から出た波が境界で反射して波源にもどるまでの時間を、 V, u, d を用いて表せ。

(3) [B](2) の設定で、波源における波と境界で反射して波源にもどった波が逆位相になる条件を、 u, V と整数 m を用いて表せ。さらに、この条件を満たす u をすべて求めよ。

[解答] [A] (1) 振動数: $\frac{2V}{d}$, 波長: $\frac{d}{4}$ (2) $a: \frac{1}{2}, b: \frac{1}{2}$, 水深: 4 倍

(3) $\sqrt{x^2 + (y+d)^2}$ (4) 条件: $\sqrt{x^2 + (2d)^2} - |x| = \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{d}{2}$, 個数: 8 個

(5) $S\left(0, -\frac{d}{4}\right), T\left(\frac{\sqrt{5}}{2}d, 0\right), \sin \theta: \frac{\sqrt{5}}{6}$

[B] (1) 反射波: $\frac{V-u}{V+u} \cdot \frac{2V}{d}$, 観測される波: $\frac{V-2w}{V+u} \cdot \frac{2V}{d}$ (2) $\frac{2d}{\sqrt{V^2 - u^2}}$

(3) 条件: $\frac{4V}{\sqrt{V^2 - u^2}} = m + \frac{1}{2}$, 条件を満たす $u: \frac{\sqrt{17}}{9}V$

2.

水面にできる波について考えよう。水平面上に座標軸 x, y および原点 O をとる。また各点での水面の鉛直方向の変位を z で表し、波がない場合を $z=0$ とする。

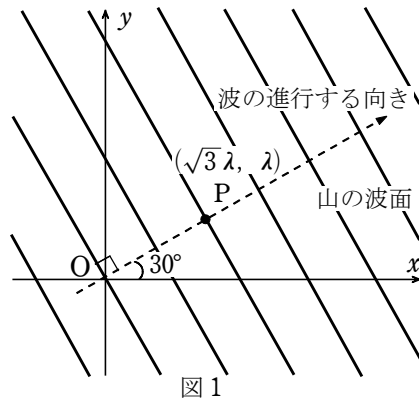


図1

[A] いま、図1の破線の矢印に示されるように、 x 軸に対して 30° の向きに進む平面波を考える。図1で、時刻 $t=0$ における波の山の波面が実線で表されており、その1つは原点を通っている。この波は正弦波で表すことができるものとし、波の振幅の減衰はないものとする。波の振幅を A 、周期を T 、波長を λ とする。

- (1) 時刻 t での点 $P(\sqrt{3}\lambda, \lambda)$ における水面の変位 z_P を求めよ。
- (2) 時刻 $t=0$ において点 P を通る波の山の波面は、時間とともに進行する。その山の波面の進行速度の x 成分、 y 成分をそれぞれ求めよ。
- (3) 時刻 $t=0$ における y 軸上での波形をかけ。なおこの波形は正弦波となる。

[B] 次に、図2の破線の矢印に示されるように、 x 軸に対して 30° の向きに進む平面波と、 y 軸の正の向きに進む平面波が同時に存在する場合を考える。図2で、時刻 $t=0$ における2種類の波の山の波面が実線で表されており、山の波面の1つずつが原点を通っている。これらの波は、ともに振幅 A 、周期 T 、波長 λ の正弦波で表すことができるものとし、波の振幅の減衰はないものとする。

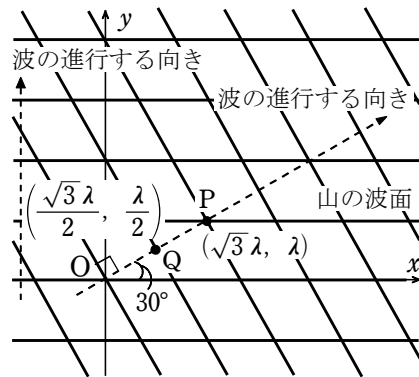


図2

- (4) 時刻 t での点 $P(\sqrt{3}\lambda, \lambda)$ における水面の変位 z_P を求めよ。
- (5) 時刻 t での点 $Q\left(\frac{\sqrt{3}\lambda}{2}, \frac{\lambda}{2}\right)$ における水面の変位 z_Q を求めよ。
- (6) 図2に示した時刻 $t=0$ の瞬間、点 P において、2つの平面波の山が重なって高い山となっている。この高い山は、2つの波の進行とともに移動する。この高い山の移動を追跡することを考える。時刻 $t=T$ における、この高い山の位置を P' として、点 P' の位置を図2に示せ。

(7) 時刻 $t=0$ において点 P にある高い山の移動速度の x 成分、 y 成分をそれぞれ求めよ。

[C] 次に図3のように、 y 軸の正の向きに進む平面波と、原点 O を波源とする球面波が同時に存在する場合を考える。図3で、時刻 $t=0$ における2種類の波の山の波面が実線で表されており、山の波面の1つずつが点 $P(\sqrt{3}\lambda, \lambda)$ を通っている。すなわち、点 P においては、2つの波の山が重なって高い山となっている。これらの波は、振幅 A 、周期 T 、波長 λ の正弦波で表すことができるものとし、簡単のため波の振幅の減衰はないものとする。

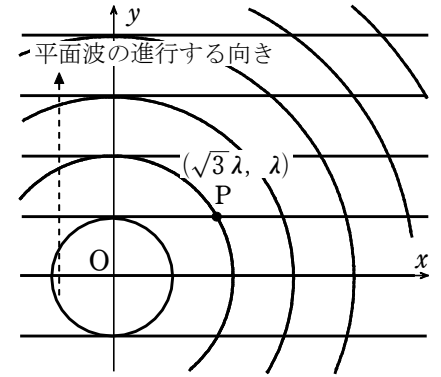


図3

(8) この高い山の移動を追跡することを考える。高い山の移動速度の x 成分、 y 成分の時間変化を表すグラフの概形として適当なものを図4の①~⑩よりそれぞれ選べ。なお同じものを2回選んでもよい。

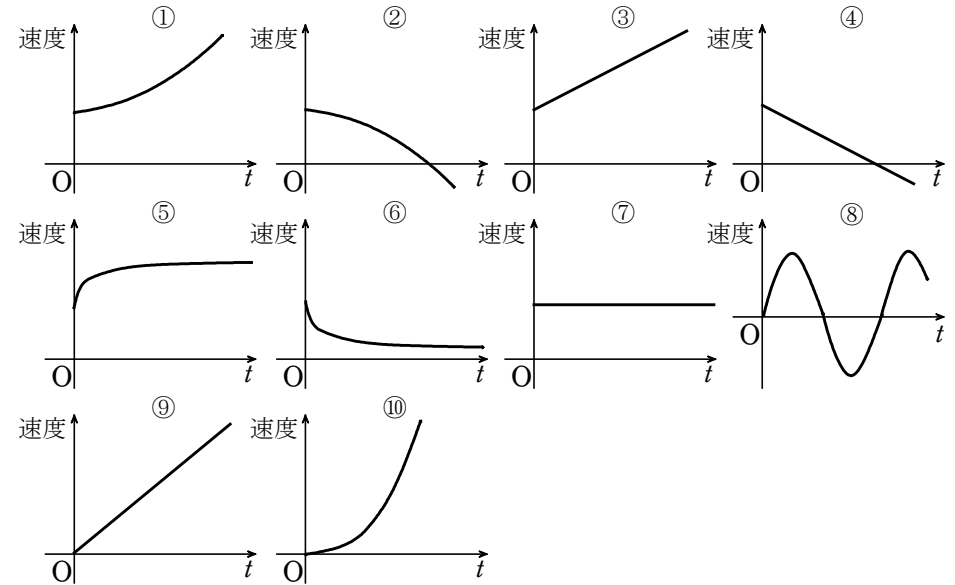


図4

(9) この高い山のかく軌跡の概形として適当なものを図5の①~⑥より1つ選べ。

(10) 時刻 $t=0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}$ の3つの瞬間における y 軸上の波形を図6にかけ。

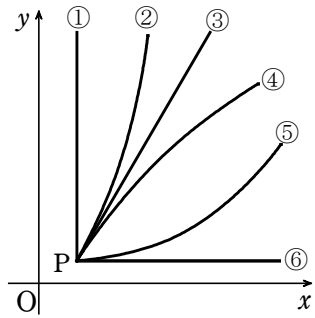


図5

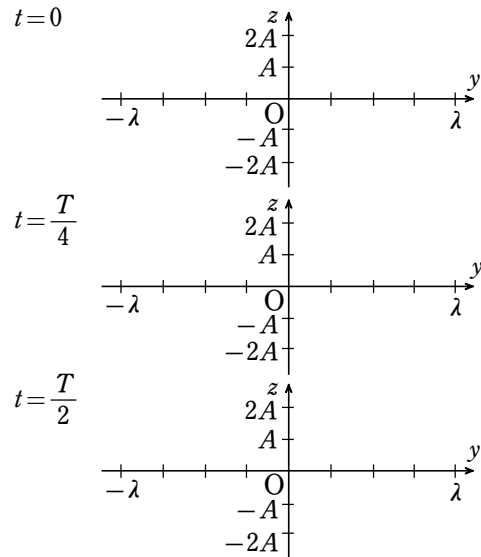
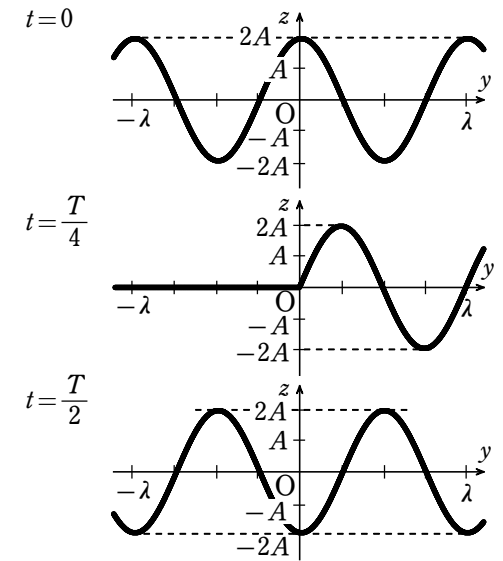


図6

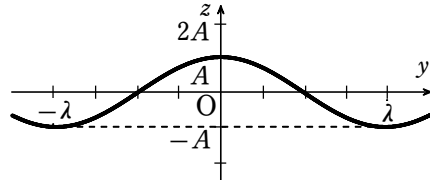
(10) 右図



【解答】 [A] (1) $A \cos \frac{2\pi}{T} t$

(2) x 成分: $\frac{\sqrt{3}\lambda}{2T}$, y 成分: $\frac{\lambda}{2T}$

(3) 右図



[B] (4) $2A \cos \frac{2\pi}{T} t$

(5) 0

(6) 右図

(7) x 成分: $\frac{\lambda}{\sqrt{3}T}$,

y 成分: $\frac{\lambda}{T}$

[C] (8) x 成分 ⑥,

y 成分 ⑦

(9) ②

