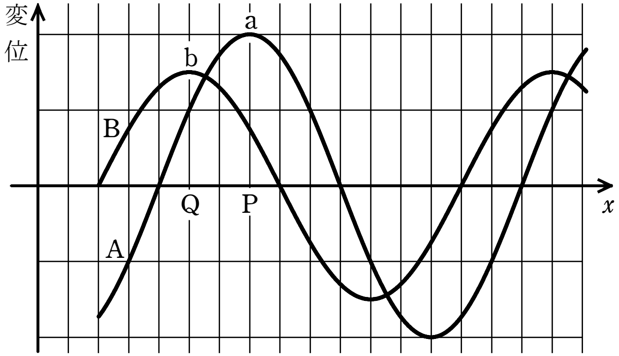
1．

等しい波長 λ の 2 つの正弦波 A，B が，平行な 2 つの直線上をそれぞれ独立に同方向（x 方向）に進んでいる。ただし，波 A の周期は T_1，波 B の周期は T_2 である（$T_1 > T_2$）。図にはある時刻 t_0 のときの波 A，B のようすを同一目盛りの座標系に重ねて示してある。このときは波 A のある 1 つの山 a が P の位置にあり，波 B の山で P に最も近い山 b が Q の位置にある。



またこの波 A，B の進行方向に，点 P から $n\lambda$ だけ離れたところに点 R があり，波はすべてこの点 R で反射される。ただし，n は正の整数で，反射されるときの波の位相は変化しないものとする。

(1) 波 A の振動数は波 B の振動数の何倍か。

(2) 時刻 t_0 のとき波 A は波 B より位相がどれだけ進んでいるか。

(3) 時刻 t_0 のとき Q にあった波 B の山 b が P の位置にくるには，どれだけの時間が必要か。

(4) 波 B の山 b が波 A の山 a に追いつくには，時刻 t_0 からどれだけの時間が必要か。

(5) 波 B の山 b が波 A の山 a を追い越した後，点 R で反射され，再び波 A の山 a と出会うには，時刻 t_0 からどれだけの時間が必要か。

解答 (1) $\dfrac{T_2}{T_1}$ (2) $\dfrac{\pi}{3}$ (3) $\dfrac{T_2}{6}$ (4) $\dfrac{T_1T_2}{6(T_1-T_2)}$ (5) $\left(2n+\dfrac{1}{6}\right)\dfrac{T_1T_2}{T_1+T_2}$

解説

(1) 波 A，B の振動数をそれぞれ f_1，f_2 とすると，

$$f_1=\frac{1}{T_1},\ f_2=\frac{1}{T_2} \qquad \text{ゆえに} \quad \frac{f_1}{f_2}=\frac{T_2}{T_1}\ \text{〔倍〕}$$

(2) 1 波長が位相のずれ 2π にあたる。いま，A と B では $\dfrac{\lambda}{6}$ ずれているから，

位相のずれは $\dfrac{\pi}{3}$

(3) 1 周期後，波は 1 波長進む。$\dfrac{\lambda}{6}$ 進むのは $\dfrac{1}{6}$ 周期後，すなわち，$\dfrac{T_2}{6}$

(4) 時間 t の間に波 A の進む距離を l とすると，波 B は $l+\dfrac{\lambda}{6}$ の距離進むことになる。

波 A，B の速さはそれぞれ $\dfrac{\lambda}{T_1}$，$\dfrac{\lambda}{T_2}$ であるから

$$l=\frac{\lambda}{T_1}t,\ l+\frac{\lambda}{6}=\frac{\lambda}{T_2}t$$

$$\text{ゆえに} \quad t=\frac{T_1T_2}{6(T_1-T_2)}$$

〔別解〕 波 A に対する波 B の相対速度は，$\dfrac{\lambda}{T_2}-\dfrac{\lambda}{T_1}$

この速度で $\dfrac{\lambda}{6}$ 進む時間を t とすると

$$\frac{\lambda}{6}=\left(\frac{\lambda}{T_2}-\frac{\lambda}{T_1}\right)t \qquad \text{ゆえに} \quad t=\frac{T_1T_2}{6(T_1-T_2)}$$

(5) 再び出会う点を点 R から d の距離のところとすると，それまでに波 A は $n\lambda-d$，波 B は $\dfrac{\lambda}{6}+n\lambda+d$ の距離を進む。この時間を t' とすると，$n\lambda-d=\dfrac{\lambda}{T_1}t'$，

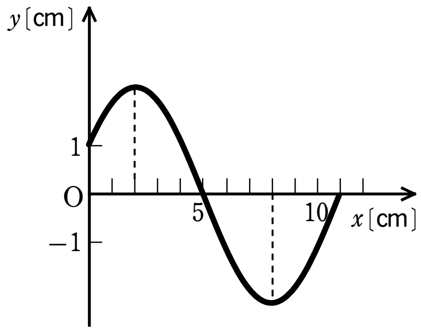
$$\frac{\lambda}{6}+n\lambda+d=\frac{\lambda}{T_2}t'$$

$$\text{ゆえに} \quad t'\left(\frac{1}{T_1}+\frac{1}{T_2}\right)=2n+\frac{1}{6}$$

$$\text{よって} \quad t'=\left(2n+\frac{1}{6}\right)\frac{T_1T_2}{T_1+T_2}$$

２．

ある媒質中で，原点にある媒質が y 軸方向に単振動を始め，この振動が波動となって x 軸の正の向きに伝わっている。右図は，波源が振動を始めてから 22 秒経過したときの波形である。次の問いに答えよ。



(1)　この波の振幅，波長，周期，速度を求めよ。

(2)　図において，

(a)　媒質の速度が y 軸の負の向きである x 座標の範囲をすべてあげよ。

(b)　媒質の速さが最大になる点の x 座標をあげよ。

(c)　速さ〔cm/s〕の最大値を小数第一位まで求めよ。

(3)　波源が振動を始めた直後の変位は y 軸のどちらの向きか。理由をつけて答えよ。

(4)　波源が振動を始めてから 52 秒経過したときの，$x=47$ cm の点の媒質の y 軸方向の変位を求めよ。

解答　(1)　振幅：2.0 cm，波長：12.0 cm，周期：24 s，速度：0.50 cm/s

(2)　(a)　$0\leqq x<2.0$ cm，$8.0<x\leqq 11.0$ cm　　(b)　5.0，11.0 cm　　(c)　0.5 cm/s

(3)　y 軸の負の向き，理由：波の先端の微小時間後の変位が負となるから。

(4)　0

解説

(1)　振幅：図の正弦波より，原点の変位が 1.0 cm，$x=2$ (cm)の変位，すなわち，振幅 (A)は **2.0 cm**

〔別解〕　$1.0=-A\sin\dfrac{2\pi}{T}t=-A\sin\dfrac{2\pi}{24}\times 22=-A\sin\dfrac{11}{6}\pi$

ゆえに　$A=\dfrac{-1.0}{\sin\dfrac{11}{6}\pi}=\dfrac{-1.0}{-(\cos 60°)}=\mathbf{2.0}$ (**cm**)

波長：$\dfrac{\lambda}{2}=11.0-5.0=6.0$ (cm)　　ゆえに　$\lambda=\mathbf{12.0}$ (**cm**)

周期：1 波長 (12.0 cm)進むには 24 秒かかるから　$T=\mathbf{24}$ (**s**)

速度：速度 v〔cm/s〕は　$v=\dfrac{\lambda}{T}=\dfrac{12.0}{24}=\mathbf{0.50}$ (**cm/s**)

〔別解〕　波は 22 秒間に 11 cm進んでいるから，速度は **0.50 cm/s**

(2)　(a)　Δt〔s〕後の波形(x の正方向にわずか平行移動した波)を考察して

$\mathbf{0\leqq x<2.0}$ (**cm**)　　　$\mathbf{8.0<x\leqq 11.0}$ (**cm**)

(b)　媒質の各点は単振動しているから，速さの最大点は変位 0 (振動の中心)の点。

$x=\mathbf{5.0,\ 11.0}$ (**cm**)

(c)　求める速さを V〔cm/s〕とすると　$V=A\times\dfrac{2\pi}{T}=2.0\times\dfrac{2\times 3.14}{24}=\mathbf{0.5}$ (**cm/s**)

(3)　y 軸の負の向き。理由：$t=0$ のときの原点の振動が波の先端まで進んでいる。微小時間後の波の先端の変位が負の向きであるから，原点は y 軸の負の向きに動いた。

(4)　52 秒経過したとき，波の先端の x 座標は　$x=vt=0.50\times 52=26$ (cm)

よって，$x=47$ cmの点はまだ振動していないから，変位は 0