

1.

図1のように、断面積が S で長さが $4L$ の円筒容器を、2つのなめらかに動くピストンで、3つの部屋に仕切る。2つのピストンは厚みが十分に薄く、また、これらは自然の長さが $2L$ ばね定数が K の軽いばねでつないである。初め左右の部屋の体積は等しく SL であり、それぞれに、圧力が大気圧 P になるように絶対温度 T の理想気体が入っている。この理想気体 1 mol が絶対温度 T のときにもっている内部エネルギーは気体定数 R を用いて $\frac{3}{2}RT$ である。以下で、真ん中の部屋は、適切な位置にある穴があいていて大気で満たされており、常に大気圧 P 、温度 T に保たれている。

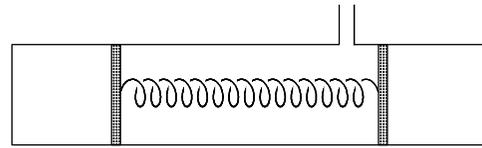


図1

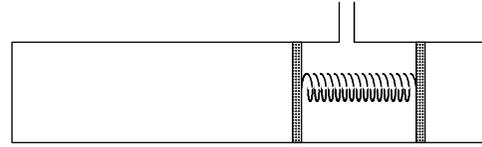


図2

図1 状態変化前のようす。図2 状態変化後のようす。真ん中の部屋にあいた穴は、本問で考える状態変化の間に、左右の部屋の理想気体がもれることがない位置にある。

左の部屋に入っている理想気体をゆっくりと熱していくと、図2のように、ばねの長さが L になった。すなわち、真ん中の部屋の体積が SL となった。この際、右の部屋の理想気体の温度は、大気と熱をやりとりすることで、常に T に保たれている。一方、左の部屋は十分に断熱性が保たれているとする。この状態変化について次の問いに答えよ。

- (1) 右の部屋の理想気体の体積が、いくつになったか求めよ。
- (2) 左の部屋の理想気体の絶対温度が、いくつになったか求めよ。
- (3) ばねに蓄えられたエネルギーを求めよ。
- (4) 左の部屋の理想気体が大気にした仕事を求めよ。ただし、左の部屋の理想気体は大気とばねに仕事をしており、このうち大気にした分の仕事を求めればよい。
- (5) 右の部屋の理想気体が大気からされた仕事を求めよ。
- (6) (2)~(5)の結果を利用し、左の部屋の理想気体に与えた熱量を Q として、右の部屋の理想気体が大気に与えた熱量を求めよ。

【解答】 (1) $\frac{PS^2L}{PS+KL}$ (2) $\frac{2PS+3KL}{PS}T$ (3) $\frac{1}{2}KL^2$ (4) $PSL\frac{PS+2KL}{PS+KL}$

(5) $PSL\frac{KL}{PS+KL}$ (6) $Q - \frac{5}{2}(PS+2KL)L$

2.

温度 T_0 の大気中に断熱材の壁で囲まれた部屋があり、内部には n [mol] の単原子分子理想気体が封入されている。図 1 のように壁にはシリンダーが設置されており、その内部には 1 mol の単原子分子理想気体が封入されている。このシリンダー内の気体を介してのみ、部屋の内部の気体と大気との間で熱のやりとりを行うことができる。シリンダー内の気体の体積はなめらかに動く 2 つのピストン A, B により自由に変えることができる。初

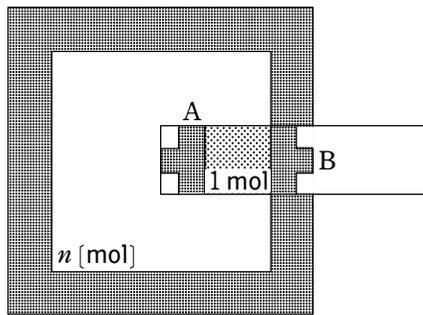


図 1

めの状態では、部屋とシリンダー内の気体の温度は大気と同じ T_0 であり、シリンダー内の気体の圧力は p_0 、体積は V_0 であった。大気の温度は常に一定であるとして、次の問いに答えよ。ただし、ピストンの移動に伴う部屋の内部の体積変化はないものとする。必要に応じて、単原子分子理想気体の断熱変化では、 $pV^{\frac{5}{3}} = \text{一定}$ の関係があることを用いよ。

(1) シリンダー内の気体はすべて部屋側にあった(図 1)。ピストン A のみをすばやく動かしてシリンダー内の気体の体積を $\frac{1}{2}V_0$ に断熱圧縮させたときの気体の圧力 p_1 、温度 T_1 、気体が外部にした仕事 W_1 を求めよ。

(2) 2 つのピストンを固定し、その後十分に時間を経過させると部屋とシリンダー内の気体の温度は等しくなった。このときのシリンダー内の気体の圧力 p_2 、温度 T_2 、気体が外部にした仕事 W_2 を求めよ。

(3) 2 つのピストンを動かし、シリンダー内の気体の体積と温度を一定に保ちながら熱のやりとりがないように気体を部屋の外側に移動させた(図 2)。その後ピストン B のみをすばやく動かしてシリンダー内の気体の体積を V_0 に断熱膨張させた。このときのシリンダー内の気体の圧力 p_3 、温度 T_3 、気体が外部にした仕事 W_3 を求めよ。

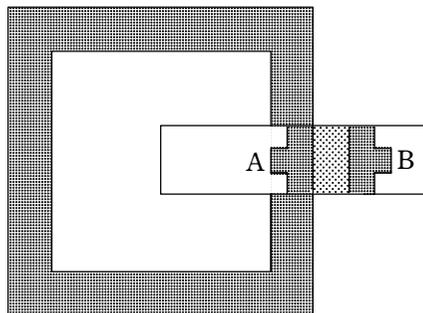


図 2

(4) 2 つのピストンを固定し、十分に長い時間を経過させてシリンダー内の気体の温度を T_0 にもどした。 T_0, T_1, T_2, T_3 の大小関係を示せ。

(5) 2 つのピストンを動かし、シリンダー内の気体の体積と温度を一定に保ちながら熱

のやりとりがないように気体を部屋の内側に移動させた。これまでの一連の操作におけるシリンダー内部の気体の状態変化の概略を、横軸を体積、縦軸を圧力としたグラフに示せ。

(6) 引き続き、一連の操作を行った。2 回目の (1), (2), (3) の操作後のシリンダー内の気体の温度をそれぞれ T_1', T_2', T_3' とする。 T_1 と T_1', T_2 と $T_2',$ および T_3 と T_3' の大小関係を示せ。

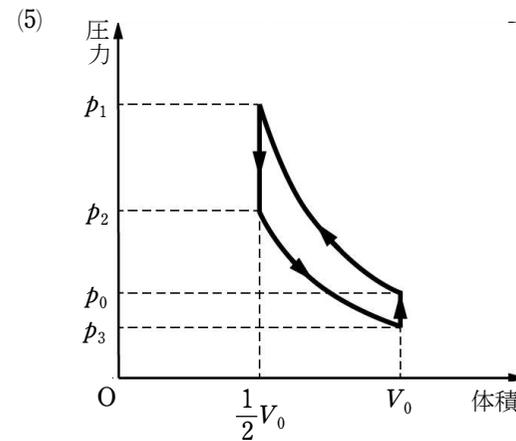
(7) 一連の操作をくり返すと、部屋の内部の気体の温度はどのように変化するか論ぜよ。

【解答】 (1) $p_1 : 2^{\frac{5}{3}}p_0, T_1 : 2^{\frac{2}{3}}T_0, W_1 : -\frac{3}{2}(2^{\frac{2}{3}}-1)p_0V_0$

(2) $p_2 : \frac{2n+2^{\frac{5}{3}}}{n+1}p_0, T_2 : \frac{n+2^{\frac{2}{3}}}{n+1}T_0, W_2 : 0$

(3) $p_3 : \frac{2^{-\frac{2}{3}}n+1}{n+1}p_0, T_3 : \frac{2^{-\frac{2}{3}}n+1}{n+1}T_0, W_3 : \frac{3(2^{\frac{2}{3}}-1)(2^{-\frac{2}{3}}n+1)}{2(n+1)}p_0V_0$

(4) $T_3 < T_0 < T_2 < T_1$



(6) $T_1' = T_1, T_2' > T_2, T_3' > T_3$

(7) (6) の結果より、1 サイクル毎に部屋の気体の温度は上昇していき、シリンダー内の気体は T_1 を保つ。よって、部屋の気体の温度が T_1 になったとき熱の移動は行われぬ。ゆえに、一連の操作をくり返すと部屋の気体の温度が

$T_1 = 2^{\frac{2}{3}}T_0$ に近づいていく。