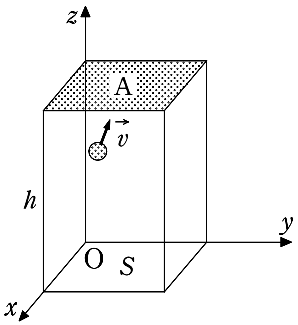
1．

次の文章を読み，下の問い((1)～(3))に答えよ。

図のように，高さ h，底面積 S の直方体容器が置いてある。この中に質量 m の単原子分子 N 個からなる理想気体を入れた。理想気体の温度(絶対温度)を T とする。分子は壁と弾性衝突し，分子間の衝突や重力の影響は無視できるものとする。



(1) 次の文章中の空欄 ア ・ イ に入れる式の組合せとして正しいものを，下の ①～⑧ のうちから1つ選べ。 1

図で，z 軸に垂直な壁Aが受ける圧力を考える。分子が壁Aに衝突する直前の速度を $\vec{v}=(v_x,\ v_y,\ v_z)$ とすると，この分子が1回の衝突で壁Aに与える力積 I は $I=2mv_z$ である。また，壁Aに衝突してから再び同じ壁Aに衝突するまでの時間 t は ア である。このとき，気体の圧力は $\dfrac{NI}{tS}$ の平均値で与えられ， イ となる。ここで，N 個の分子について，速さの2乗の平均を $\overline{v^2}$，速度成分の2乗の平均をそれぞれ $\overline{v_x{}^2}$，$\overline{v_y{}^2}$，$\overline{v_z{}^2}$ とすると，分子は特定の方向にかたよることなく運動しているため，$\overline{v_x{}^2}=\overline{v_y{}^2}=\overline{v_z{}^2}=\dfrac{1}{3}\overline{v^2}$ が成りたつ。

	ア	イ
①	$\dfrac{h}{v_z}$	$\dfrac{Nm\overline{v^2}}{Sh}$
②	$\dfrac{h}{v_z}$	$\dfrac{Nm\overline{v^2}}{2Sh}$
③	$\dfrac{h}{v_z}$	$\dfrac{Nm\overline{v^2}}{3Sh}$
④	$\dfrac{h}{v_z}$	$\dfrac{Nm\overline{v^2}}{6Sh}$
⑤	$\dfrac{2h}{v_z}$	$\dfrac{Nm\overline{v^2}}{Sh}$
⑥	$\dfrac{2h}{v_z}$	$\dfrac{Nm\overline{v^2}}{2Sh}$
⑦	$\dfrac{2h}{v_z}$	$\dfrac{Nm\overline{v^2}}{3Sh}$
⑧	$\dfrac{2h}{v_z}$	$\dfrac{Nm\overline{v^2}}{6Sh}$

(2) 理想気体の圧力として正しいものを，次の ①～⑥ のうちから1つ選べ。ここで，k をボルツマン定数とする。 2

① $\dfrac{kT}{Sh}$　② $\dfrac{kT}{2Sh}$　③ $\dfrac{kT}{3Sh}$

④ $\dfrac{NkT}{Sh}$　⑤ $\dfrac{NkT}{2Sh}$　⑥ $\dfrac{NkT}{3Sh}$

(3) 次の文中の空欄 ウ ・ エ に入れる式と語句の組合せとして最も適当なものを，下の ①～⑥ のうちから1つ選べ。

単原子分子理想気体の内部エネルギーは，熱運動している分子の平均運動エネルギーの ウ 倍であり，定積モル比熱は温度 T に エ 。 3

	ウ	エ
①	N	比例する
②	N	よらない
③	N	反比例する
④	$3N$	比例する
⑤	$3N$	よらない
⑥	$3N$	反比例する

解答　(1) ⑦　(2) ④　(3) ②

解説

(1) 分子は z 軸方向に速さ v_z で運動し，壁 A に衝突してから再び壁 A に衝突するまでに進む距離は $2h$ であるから $t=\dfrac{2h}{v_z}$ である。よって

$$\frac{NI}{tS}=\frac{N\times 2mv_z}{\dfrac{2h}{v_z}\times S}=\frac{Nmv_z{}^2}{Sh}$$

その平均値は

$$\frac{Nm\overline{v_z{}^2}}{Sh}=\frac{Nm\overline{v^2}}{3Sh}$$

以上より正しいものは　⑦。

(2) 理想気体の圧力を p とする。このとき体積は Sh であり，アボガドロ定数を N_A とすれば気体定数は $R=kN_\mathrm{A}$ である。よって，理想気体の状態方程式「$pV=nRT$」より $(N=nN_\mathrm{A})$

$$pSh=\frac{N}{N_\mathrm{A}}kN_\mathrm{A}T \qquad \text{ゆえに}\qquad p=\frac{NkT}{Sh}$$

以上より正しいものは　④。

(3) 単原子分子理想気体の内部エネルギーは，気体分子 N 個の運動エネルギーの総和であるから，平均運動エネルギーの N 倍である。

また，(1) から $p=\dfrac{Nm\overline{v^2}}{3Sh}$ である。これと (2) の結果から

$$\frac{1}{2}m\overline{v^2}=\frac{3}{2}kT$$

これより，内部エネルギーを U とおくと

$$U=N\times\frac{1}{2}m\overline{v^2}=\frac{3}{2}NkT$$

よって，温度の変化が $\varDelta T$ のときの内部エネルギーの変化 $\varDelta U$ は

$$\varDelta U=\frac{3}{2}Nk\varDelta T$$

ここで定積変化で気体が吸収する熱量を Q とすると，気体は仕事をしないので，熱力学第一法則「$\varDelta U=Q+W$」から

$$Q=\frac{3}{2}Nk\varDelta T$$

物質量は $\dfrac{N}{N_\mathrm{A}}$ なので，定積モル比熱 C_V は「$Q=nC_V\varDelta T$」より

$$C_V=\frac{Q}{\dfrac{N}{N_\mathrm{A}}\cdot\varDelta T}=\frac{3}{2}N_\mathrm{A}k$$

すなわち，温度 T によらない定数となる。

以上より最も適当なものは　②。

2．

理想気体に関する次の問い (1)〜(3) に答えよ。

(1)　次の文章中の空欄 ア 〜 ウ に入れる語句の組合せとして最も適当なものを，下の ①〜⑧ のうちから 1 つ選べ。 1

理想気体では，分子の 2 乗平均速度は，分子の質量が ア ほど，また気体の温度が イ ほど，大きくなる。温度を一定に保ちながら気体の圧力を変化させるとき，2 乗平均速度は ウ 。

	ア	イ	ウ
①	大きい	高　い	変化する
②	大きい	高　い	変化しない
③	大きい	低　い	変化する
④	大きい	低　い	変化しない
⑤	小さい	高　い	変化する
⑥	小さい	高　い	変化しない
⑦	小さい	低　い	変化する
⑧	小さい	低　い	変化しない

(2)　単原子分子理想気体の温度が 3.0×10^2 K のとき，分子 1 個当たりの平均運動エネルギーの値として最も適当なものを，次の ①〜⑥ のうちから 1 つ選べ。ただし，気体定数を 8.3 J/(mol·K)，アボガドロ定数を 6.0×10^{23} /mol とする。 2 J

①　2.1×10^{-21}　　②　6.2×10^{-21}　　③　1.2×10^{3}

④　3.7×10^{3}　　⑤　7.5×10^{26}　　⑥　2.2×10^{27}

(3)　理想気体の定積モル比熱と定圧モル比熱について述べた文として最も適当なものを，次の ①〜④ のうちから 1 つ選べ。 3

①　定積モル比熱は，体積を一定に保つために仕事が必要なので，定圧モル比熱より大きくなる。

②　定圧モル比熱は，気体に与えた熱量の一部が外部に仕事をすることに使われるので，定積モル比熱より大きくなる。

③　定積モル比熱と定圧モル比熱は，どちらも温度を 1 K 上げるために必要な熱量なので，常に等しくなる。

④　定積モル比熱と定圧モル比熱は，比熱を測定する状況が異なるので，その間に定まった大小関係はない。

解答　(1)　⑥　　(2)　②　　(3)　②

解説

(1)　気体分子の運動エネルギーの平均値は，気体の絶対温度を T，分子の速度の 2 乗平均を $\overline{v^2}$，分子の質量を m，ボルツマン定数を k とすると

$$\frac{1}{2}m\overline{v^2}=\frac{3}{2}kT \quad \cdots\cdots ①$$

である。よって，分子の 2 乗平均速度は

$$\sqrt{\overline{v^2}}=\sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

と表される。したがって，$\sqrt{\overline{v^2}}$ は分子の質量が**小さい**ほど大きくなり，気体の温度が**高い**ほど大きくなる。また，気体の圧力を変化させても，温度 T が一定に保たれていれば，$\sqrt{\overline{v^2}}$ は**変化しない**。

以上より，最も適当なものは ⑥。

(2)　ボルツマン定数 k を気体定数 R とアボガドロ定数 N_A で表すと

$$k=\frac{R}{N_A}$$

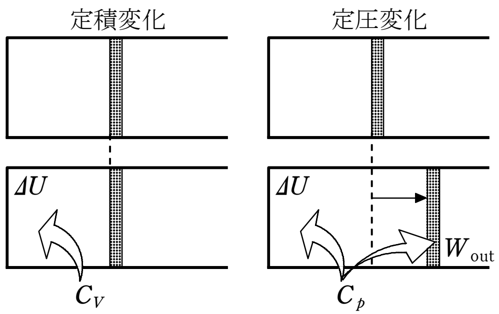
である。よって，① より

$$\frac{1}{2}m\overline{v^2}=\frac{3}{2}\frac{R}{N_A}T=\frac{3}{2}\times\frac{8.3}{6.0\times10^{23}}\times3.0\times10^2=6.22\cdots\times10^{-21}\fallingdotseq\mathbf{6.2\times10^{-21}}\ \text{J}$$

以上より，最も適当なものは ②。

(3)　①　体積が変化したときに気体は仕事をするが，体積を一定に保つためには仕事は必要ない。

1 mol の気体が 1 K の温度上昇をする場合について考える。



定積変化では，気体に与えた熱量 C_V はすべて内部エネルギーの増加 ΔU になる。一方，定圧変化では外部に仕事 W_{out} をするので，気体に与えた熱量 C_p は，内部エネルギーの増加 ΔU と仕事 W_{out} の和になる。1 K の温度変化による ΔU は等しいので，定圧モル比熱 C_p は定積モル比熱 C_V より気体が外部にした仕事 W_{out} だけ大きい。以上より，正しくない。

②　正しい。

③　定圧モル比熱 C_p は定積モル比熱 C_V より大きい。正しくない。

④　定積モル比熱 C_V と定圧モル比熱 C_p の間には，マイヤーの関係 $C_p=C_V+R$ の関係があり，C_p は C_V より気体定数 R だけ大きいという定まった関係がある。正しくない。

以上より，最も適当なものは ❷。