

1.

図1のように、一辺の長さ  $L$  の立方体の容器があり、気体が入っている。この容器は1つの壁  $A$  を  $x$  軸にそって動かすことが可能である。気体分子を質量  $m$  の小球として取り扱い、壁に対して気体分子はすべて弾性衝突するとして、次の問いに答えよ。

- (1) 気体分子1個が  $x$  方向の速度成分  $v_x$  をもっており、壁  $A$  に1回衝突した。衝突により壁  $A$  が受けた力積を求めよ。  
 (2) 気体分子1個は単位時間当たり何回壁  $A$  に衝突するか答えよ。

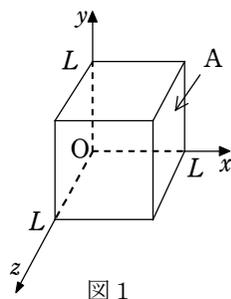


図1

次に、図2のように、ごく短い時間  $\tau$  の間、壁  $A$  が速さ  $u$  で  $x$  の負の方向に移動し、容器は断熱圧縮した。

- (3) 移動する壁  $A$  に気体分子が速度の  $x$  成分  $v_x$  で衝突し、速度の  $x$  成分  $v_x'$  ではねかえされた。  $v_x'$  の大きさを求めよ。  
 (4) 1回当たりの衝突での、気体分子の運動エネルギーの増加分を求めよ。

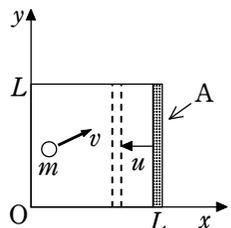


図2

- (5) 壁  $A$  の移動の速さ  $u$  が  $v_x$  に比べて十分小さく、  $\tau$  もごく短いとき、  $1 + \frac{u}{v_x} \doteq 1$  などのように近似してもよい。また壁  $A$  に気体分子が衝突する回数は、壁  $A$  が動いていない場合と同じであると取り扱ってよい。このとき、時間  $\tau$  で増加するエネルギー  $\Delta E$  を求めよ。  
 (6)  $m, v_x,$  もとの気体の体積  $V$  およびその変化分  $\Delta V$  を用いて、  $\Delta E$  を表せ。  
 (7) 容器内のすべての気体分子について、速さ  $v$  と速度成分の2乗の平均を順に、  $\overline{v^2}, \overline{v_x^2}, \overline{v_y^2}, \overline{v_z^2}$  とすると、これらの間には  $\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}$  という関係が成り立つ。  $V, \Delta V$  および気体分子の運動エネルギー  $E = \frac{1}{2}mv^2$  の平均  $\overline{E}$  を用いて、エネルギーの増加分  $\Delta E$  の平均  $\overline{\Delta E}$  を求めよ。  
 (8) 希薄な気体では、絶対温度  $T$ 、定数  $c$  を使って  $\overline{E} = cT$  とできる。  $\overline{E}$  の変化分を  $\overline{\Delta E}$  とすることにより、上昇温度  $\Delta T$  を求めよ。

【解答】 (1)  $2mv_x$     (2)  $\frac{v_x}{2L}$     (3)  $v_x + 2u$     (4)  $2mu(v_x + u)$     (5)  $\frac{mv_x^2\tau}{L}$

(6)  $-mv_x^2 \frac{\Delta V}{V}$     (7)  $-\frac{2}{3} \overline{E} \frac{\Delta V}{V}$     (8)  $-\frac{2T}{3} \frac{\Delta V}{V}$

2.

図1のような半径  $r$  の変形しない球形容器の中に、 $1 \text{ mol}$  の単原子分子からなる理想気体が入っている。気体分子は容器の内壁と弾性衝突を行い、気体分子どうしの衝突はないものとする。また、容器の内壁はなめらかであり、気体分子に対する重力の影響は無視できるものとする。弾性衝突する各気体分子は球の中心を含むそれぞれの平面内を、図2のように運動する。以下、球形容器の中の気体分子の圧力、温度ならびに内部エネルギーを考える。アボガドロ定数を  $N_A$ 、気体定数を  $R$  とする。円周率を  $\pi$  とする。

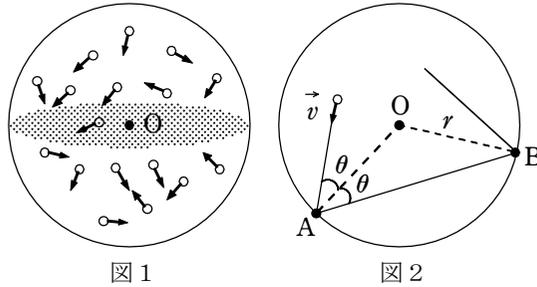


図1

図2

[A] 図2のように、質量  $m$  の1個の分子が速度  $\vec{v}$  (大きさ  $v$ ) で、内壁上の点 A において、球の中心 O と結ばれた線分 OA と  $\theta$  の角をなして衝突する。その後、内壁上の点 B で2回目の衝突をした後、同様の衝突をくり返すとする。次の問いに答えよ。なお、 $r, m, v, \theta$  の中から必要な記号を用いて表せ。

- (1) 点 A での衝突で、分子が内壁に与える力積の大きさを求めよ。
- (2) 1回目と2回目の衝突の間に分子が移動した距離を求めよ。
- (3) 単位時間当たりにこの分子が衝突する回数を求めよ。
- (4) 球形容器の内壁がこの1個の分子から単位時間当たりに受ける力積の大きさを求めよ。

[B] 次に  $1 \text{ mol}$  の分子の場合を考える。すべての分子についても図1のような球形容器との衝突を考えればよい。しかし、実際には、速度  $\vec{v}$  の大きさや向きは分子によって異なるので、 $1 \text{ mol}$  の分子について考えるときは、 $v^2$  を平均値  $\overline{v^2}$  で置き換える必要がある。次の問いに答えよ。

- (5) (4) で与えられた単位時間当たりの力積をすべての分子について足し合わせたものは、内壁が受ける力の大きさの総和になる。これを球形容器の内壁の面積で割ることで圧力  $p$  が求められる。圧力  $p$  を  $r, m, N_A, \overline{v^2}, \pi$  の中から必要な記号を用いて求めよ。
- (6) 理想気体の状態方程式を用いることにより、気体分子1個当たりの平均運動エネルギー  $\frac{1}{2} m \overline{v^2}$  を絶対温度  $T$  を含んだ式で表せ。 $r, N_A, R, T, \pi$  の中から必要な記号を用いて表せ。
- (7) 球形容器中の理想気体の内部エネルギー  $U$  を求めよ。 $r, N_A, R, T, \pi$  の中から

必要な記号を用いて表せ。

[C] (7) まで考えてきた球形容器中の  $1 \text{ mol}$  の理想気体に熱量  $Q$  を加えた場合を考える。

- (8) 理想気体の圧力変化  $\Delta p$  を求めよ。なお、 $r, N_A, R, Q, \pi$  の中から必要な記号を用いて表せ。ただし、熱は容器から外へ移動しないものとする。

次に図3のように、 $1 \text{ mol}$  の単原子

分子からなる理想気体が閉じ込められた体積不変の球形容器 A を円筒容器 B と栓のついた細い管を介してつなげた。

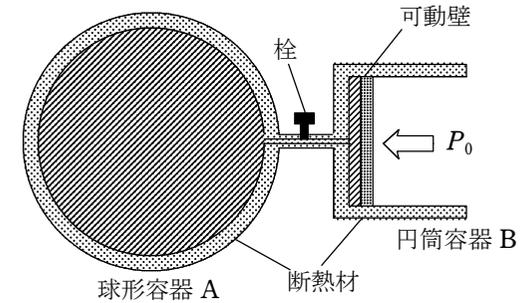


図3

[D] 栓が閉じた状態での球形容器の中の圧力は  $P$  であり、容器 B の可動壁 (断面積  $S$ ) の左側には気体は存在しない。栓を徐々に開けていくと、容器 B 中の可動壁がゆっくり右側に移動し、ある所で静止した。容器 B の可動壁は右側より大気圧  $P_0$  で押されており、常に容器 B 中の気体の圧力とつりあっているものとする。球形容器 A の容積を  $V$  として、容器 B の中を可動壁が移動した距離を  $L$  とする。ただし、容器 B の可動壁は、容器 B の円筒の内壁と垂直であり、内壁にそってなめらかに動くものとする。また、可動壁を含む装置全体は断熱材でおおわれており、外部との熱のやり取りはないものとする。容器 A と容器 B の間の細い管の容積はないものとする。

- (9) 気体の絶対温度の変化量 (可動壁が移動し静止した後の気体の絶対温度と移動前の気体の絶対温度の差) を、 $P_0, S, L, R$  を用いて表せ。
- (10) 容器 B の中を可動壁が移動した距離  $L$  を  $P, P_0, S, V$  を用いて表せ。

[解答] [A] (1)  $2mv\cos\theta$  (2)  $2r\cos\theta$  (3)  $\frac{v}{2r\cos\theta}$  [回] (4)  $\frac{mv^2}{r}$

[B] (5)  $\frac{N_A m \overline{v^2}}{4\pi r^3}$  (6)  $\frac{3RT}{2N_A}$  (7)  $\frac{3}{2}RT$  [C] (8)  $\frac{Q}{2\pi r^3}$

[D] (9)  $-\frac{2P_0SL}{3R}$  (10)  $\frac{3(P-P_0)V}{5P_0S}$