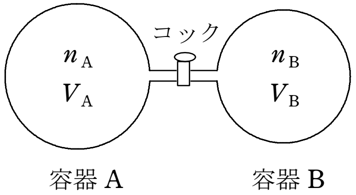
１．

図のように，熱をよく通す 2 つの容器 A，B が，コックのついた容積の無視できる細い管でつなげられ，大気中に置かれている。容器 A，B の容積はそれぞれ V_{A}，V_{B} である。コックが閉じた状態で，同じ分子からなる理想気体を，容器 A，B にそれぞれ物質量 n_{A}，n_{B} だけ閉じ込める。大気の温度は常に一定であるものとする。



(1)　容器 A，B 内の気体の圧力をそれぞれ p_{A}，p_{B} としたとき，圧力の比 $\dfrac{p_{\mathrm{A}}}{p_{\mathrm{B}}}$ を表す式として正しいものを，次の ①～⑥ のうちから 1 つ選べ。$\dfrac{p_{\mathrm{A}}}{p_{\mathrm{B}}}=\boxed{\ 1\ }$

①　$\dfrac{n_{\mathrm{A}}}{n_{\mathrm{B}}}$　②　$\dfrac{n_{\mathrm{A}}V_{\mathrm{A}}}{n_{\mathrm{B}}V_{\mathrm{B}}}$　③　$\dfrac{n_{\mathrm{A}}V_{\mathrm{B}}}{n_{\mathrm{B}}V_{\mathrm{A}}}$

④　$\dfrac{n_{\mathrm{B}}}{n_{\mathrm{A}}}$　⑤　$\dfrac{n_{\mathrm{B}}V_{\mathrm{B}}}{n_{\mathrm{A}}V_{\mathrm{A}}}$　⑥　$\dfrac{n_{\mathrm{B}}V_{\mathrm{A}}}{n_{\mathrm{A}}V_{\mathrm{B}}}$

(2)　次に，コックを開ける。十分に時間がたったとき，容器内の気体の圧力 p を表す式として正しいものを，次の ①～⑤ のうちから 1 つ選べ。$p=\boxed{\ 2\ }$

①　$\dfrac{p_{\mathrm{A}}V_{\mathrm{A}}}{V_{\mathrm{B}}}+\dfrac{p_{\mathrm{B}}V_{\mathrm{B}}}{V_{\mathrm{A}}}$　②　$\dfrac{p_{\mathrm{A}}V_{\mathrm{B}}}{V_{\mathrm{A}}}+\dfrac{p_{\mathrm{B}}V_{\mathrm{A}}}{V_{\mathrm{B}}}$　③　$\dfrac{p_{\mathrm{A}}V_{\mathrm{A}}+p_{\mathrm{B}}V_{\mathrm{B}}}{V_{\mathrm{A}}+V_{\mathrm{B}}}$

④　$\dfrac{p_{\mathrm{A}}V_{\mathrm{B}}+p_{\mathrm{B}}V_{\mathrm{A}}}{V_{\mathrm{A}}+V_{\mathrm{B}}}$　⑤　$p_{\mathrm{A}}+p_{\mathrm{B}}$

(3)　コックを開ける前の気体の内部エネルギーの和 U_0 と，コックを開けて十分に時間がたった後の内部エネルギー U_1 の差 U_0-U_1 を表す式として正しいものを，次の ①～⑤ のうちから 1 つ選べ。$U_0-U_1=\boxed{\ 3\ }$

①　$p(V_{\mathrm{A}}+V_{\mathrm{B}})$

②　$p_{\mathrm{A}}V_{\mathrm{A}}+p_{\mathrm{B}}V_{\mathrm{B}}$

③　$p_{\mathrm{A}}V_{\mathrm{A}}+p_{\mathrm{B}}V_{\mathrm{B}}-\dfrac{1}{2}p(V_{\mathrm{A}}+V_{\mathrm{B}})$

④　$\dfrac{1}{2}p(V_{\mathrm{A}}+V_{\mathrm{B}})-p_{\mathrm{A}}V_{\mathrm{A}}-p_{\mathrm{B}}V_{\mathrm{B}}$

⑤　0

解答　(1) ❸　(2) ❸　(3) ❺

解説

(1)　容器は熱をよく通すので，容器 A，B 内の気体の温度は大気の温度に等しい。大気の絶対温度を T_0，気体定数を R とすると，容器 A，B 内のそれぞれの気体についての理想気体の状態方程式から

容器 A：$p_{\mathrm{A}}V_{\mathrm{A}}=n_{\mathrm{A}}RT_0$　…①

容器 B：$p_{\mathrm{B}}V_{\mathrm{B}}=n_{\mathrm{B}}RT_0$　…②

①，②式より

$\dfrac{p_{\mathrm{A}}V_{\mathrm{A}}}{p_{\mathrm{B}}V_{\mathrm{B}}}=\dfrac{n_{\mathrm{A}}}{n_{\mathrm{B}}}$　ゆえに　$\dfrac{p_{\mathrm{A}}}{p_{\mathrm{B}}}=\dfrac{n_{\mathrm{A}}V_{\mathrm{B}}}{n_{\mathrm{B}}V_{\mathrm{A}}}$

以上より，正しいものは ❸。

(2)　コックを開けると，気体分子は容器 A，B 間を移動し，容器 A と B の気体の圧力，温度が等しい均一な状態になる。容器全体の物質量は，コックを開く前後で変化しないので $n_{\mathrm{A}}+n_{\mathrm{B}}$ である。また，その温度は大気の絶対温度 T_0 に等しい。よって，容器内の気体についての理想気体の状態方程式から

$p(V_{\mathrm{A}}+V_{\mathrm{B}})=(n_{\mathrm{A}}+n_{\mathrm{B}})RT_0$

よって，①，② 式を用いて

$$p=\frac{(n_{\mathrm{A}}+n_{\mathrm{B}})RT_0}{V_{\mathrm{A}}+V_{\mathrm{B}}}=\frac{n_{\mathrm{A}}RT_0+n_{\mathrm{B}}RT_0}{V_{\mathrm{A}}+V_{\mathrm{B}}}=\frac{p_{\mathrm{A}}V_{\mathrm{A}}+p_{\mathrm{B}}V_{\mathrm{B}}}{V_{\mathrm{A}}+V_{\mathrm{B}}}$$

以上より，正しいものは ❸。

(3)　理想気体の内部エネルギーは，物質量と気体の絶対温度によって定まる。コックを開ける前後で気体の物質量の和と温度は変化しない。したがって，コックを開ける前の内部エネルギーの和 U_0 と，コックを開けて十分時間がたったときの内部エネルギー U_1 は等しい。よって

$U_0-U_1=0$

以上より，正しいものは ❺。

２．

図１のように，大きな容器に空気と水が入っており，容器内の水には，上面が閉じ下面が開いた質量 M の円筒が浮かんでいる。容器内の空気の圧力は自由に調整できる。水の密度 ρ は変化しないものとし，空気の密度は水の密度に比べて無視できるものとする。重力加速度の大きさを g とし，円筒の壁の厚さは無視できるものとする。

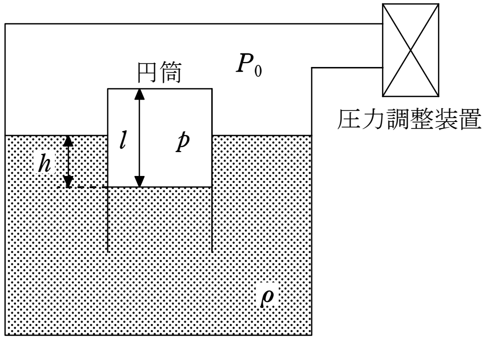


図１

(1)　容器内の圧力を P_0 にすると，図１のように，円筒内部の水面から上面までの高さが l，外部の水面までの高さが h になった。円筒内に閉じ込められた空気の圧力 p を表す式として正しいものを，次の ①～⑦ のうちから１つ選べ。$p=$ $\boxed{\ 1\ }$

①　ρgh　②　ρgl　③　$\rho g(l-h)$　④　$P_0+\rho gh$

⑤　$P_0+\rho gl$　⑥　$P_0+\rho g(l-h)$　⑦　P_0

(2)　次の文章中の空欄 $\boxed{ア}$・$\boxed{イ}$ に入れる式の組合せとして最も適当なものを，下の ①～⑨ のうちから１つ選べ。$\boxed{\ 2\ }$

円筒の断面積を S とすると，円筒にはたらく重力と浮力のつりあいから，図１の状況では $Mg=$ $\boxed{ア}$ が成りたつ。次に容器内の圧力をゆっくり上げると，図２のように水面と円筒の上面が一致した状態で円筒は静止した。このときも重力と浮力がつりあうので，円筒内部の水面から上面までの高さ l' は $\boxed{イ}$ となる。

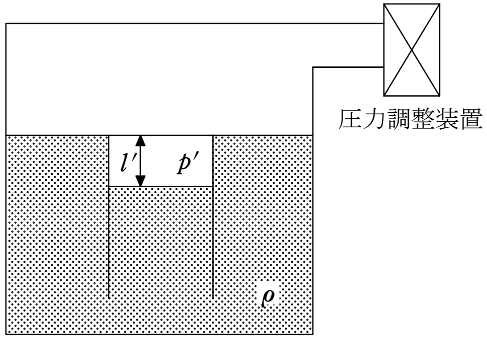


図２

	ア	イ
①	ρghS	h
②	ρghS	l
③	ρghS	$l-h$
④	ρglS	h
⑤	ρglS	l
⑥	ρglS	$l-h$
⑦	$\rho g(l-h)S$	h
⑧	$\rho g(l-h)S$	l
⑨	$\rho g(l-h)S$	$l-h$

(3)　図１の状態から図２の状態になるまでの変化はゆっくりで，円筒内の空気の温度は変化しなかった。図２の状態での円筒内部の空気の圧力 p' を表す式として正しいものを，次の ①～⑥ のうちから１つ選べ。$p'=$ $\boxed{\ 3\ }$

①　$\dfrac{l}{l'}p$　②　$\dfrac{l-l'}{l'}p$　③　$\dfrac{2l-l'}{l'}p$

④　$\dfrac{l'}{l}p$　⑤　$\dfrac{l'}{l-l'}p$　⑥　$\dfrac{l'}{2l-l'}p$

解答　(1)　④　(2)　①　(3)　①

解説

(1)　円筒内の水面と同一の水平面内の水中の圧力は，どこでも同じ大きさである。したがって，円筒内の気体の圧力と円筒の外部の水面までの高さが h である水中の圧力は

等しい。水面から h の深さの水中の圧力 P は

$$P=P_0+\rho gh$$

であるので，気体の圧力 p は

$$p=P=P_0+\rho gh$$

以上より，正しいものは ④。

(2)　図 a のときに，円筒と空気を一体とした物体にはたらく力は鉛直下向きで大きさ Mg の重力と鉛直上向きの浮力である。円筒内部の空気のうち容器の水面より下にある部分の体積は $V=hS$ なので，浮力の大きさは

$$F=\rho hSg$$

よって，力のつりあいより

$$\rho hSg-Mg=0$$

ゆえに　$Mg=\rho hSg$　…①

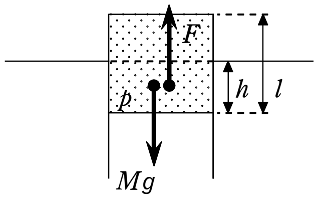


図 a

図 b のときに，円筒と空気を一体とした物体にはたらく力は鉛直下向きで大きさ Mg の重力と鉛直上向きの浮力である。円筒内部の空気の体積は $V'=l'S$ なので，浮力の大きさは

$$F=\rho l'Sg$$

よって，力のつりあいより

$$\rho l'Sg-Mg=0$$

ゆえに　$Mg=\rho l'Sg$　…②

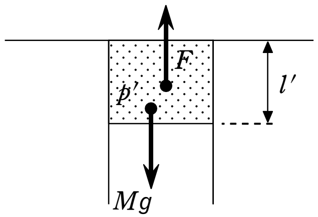


図 b

①，②より

$$\rho hSg=\rho l'Sg \qquad \text{ゆえに} \quad l'=h$$

以上より，最も適当なものは ①。

(3)　温度が一定なので，図 a と図 b の円筒容器内の空気についてボイルの法則が成りたつ。よって

$$plS=p'l'S \qquad \text{ゆえに} \quad p'=\frac{l}{l'}p$$

以上より，正しいものは ①。