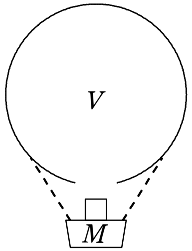
1．




図に示されるような容積 $V$〔m$^3$〕の熱気球を，内部の空気を加熱することにより上昇させる。熱気球の下端部では，空気の自由な出入りがあり，外部と内部の圧力は等しい。また，下端部に取りつけられたゴンドラには熱バーナーが備わっている。これら全体から熱気球内にある空気の質量を除いた残りの部分の質量は，$M$〔kg〕である。熱気球内の空気の温度は，熱バーナーにより制御できる。また容積 $V$ に比べ，他の部分の体積は十分小さいものとする。空気は，理想気体として取り扱ってよい。重力加速度の大きさを $g$〔m/s$^2$〕とする。

最初，熱気球は地上に置かれており，熱バーナーははたらいていなかった。地上での大気の絶対温度は $T_0$〔K〕，大気圧は $p_0$〔Pa〕，大気の密度は $d_0$〔kg/m$^3$〕であった。次の問いに答えよ。

(1)　空気 1 mol の質量を $m_A$〔kg〕とする。気体定数 $R$〔J/(mol·K)〕および $T_0$，$p_0$，$m_A$ を用いて，$d_0$ を表せ。

(2)　熱気球が地上で受ける浮力の大きさを，$d_0$，$V$，$M$，$g$，$T_0$ のうち必要なものを用いて表せ。

熱気球内の空気を熱バーナーで加熱した。熱気球内の空気の温度は上昇し，絶対温度 $T_1$〔K〕になったとき，熱気球は今にも地上を離れようとする状態になった。

(3)　絶対温度 $T_1$ での熱気球内の空気の密度を，$d_0$，$T_0$，$T_1$ で表せ。さらに，$T_1$ を，$d_0$，$V$，$M$，$g$，$T_0$ のうち必要なものを用いて表せ。

大気の温度や圧力が高度により定まる原因にはいくつかが考えられる。ここでは任意の高度での大気の絶対温度 $T_A$〔K〕および圧力 $p_A$〔Pa〕が，$T_A = C\cdot(p_A)^{\alpha}$　に従いながら，高度が増すにつれ，それぞれ減少していく場合を考える。ここで $C$ は，地上での大気の絶対温度 $T_0$，大気圧 $p_0$ にのみ依存し，$C = \dfrac{T_0}{(p_0)^{\alpha}}$　と書ける。$\alpha$ は $0 < \alpha \leqq 1$ を満たす定数である。

熱気球をひもで地上に固定し，熱気球内の空気の温度を $T_2$〔K〕まで上昇させた。その後，熱気球内の空気の温度を $T_2$ に保ちつつ地上から解放すると，熱気球は上昇した。最終的に，大気の絶対温度が $T_A{}^*$〔K〕で与えられる高度で，熱気球にはたらく重力と浮力はつりあった。

(4)　このときの熱気球内の空気の密度を，$d_0$，$T_0$，$T_2$，$T_A{}^*$，$\alpha$ を用いて表せ。

(5)　熱気球にはたらく力のつりあいの式を，$d_0$，$V$，$M$，$g$，$T_0$，$T_2$，$T_A{}^*$，$\alpha$ のうち必要なものを用いて表せ。

２．

図１のように下方に開放部がある容器が液体の上に配置されており，容器内の上方には理想気体が封入されている。この容器は熱を通し，理想気体，液体および外気の温度は同じであり，当初はセルシウス温度 $\theta_1$ に保たれている。また外気の圧力は常に大気圧 $P$ であるものとする。ここで，容器の断面積を $S$，重力加速度の大きさを $g$，液体の密度を $\rho$ とする。容器の変形，厚み，質量，気体の液体への溶解，および液体の蒸発はいずれも無視できるとし，液体の容積は十分大きいとする。また容器の頂部の面は常に水平に保たれている。

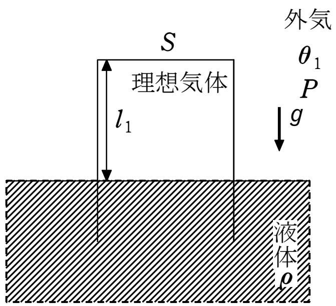


図１

(1)　理想気体は温度が一定のとき，圧力と体積の積が一定値をとることが知られている。この法則名を答えよ。

(2)　図１のように，容器内外の液面の水位が同じ状態では，容器内の気圧は大気圧 $P$ に等しい。このとき，容器内の液面と頂部間の距離は $l_1$ であった。次に図２のように質量 $M$ のおもりを容器の上に静かに置いて十分に時間が経過したとき，容器内の液面と頂部間の距離が $l_2$ であったとする。このとき (1) の法則を用いることによって，大気圧 $P$ を $l_1$，$l_2$，$M$，$g$ および $S$ で答えよ。

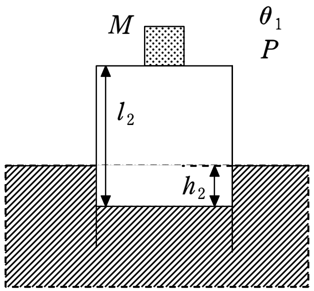


図２

(3)　図２のとき，容器内の液面の高さは外より $h_2$ だけ低かった。このとき $h_2$ を $M$，$S$ および $\rho$ で答えよ。

(4)　次に容器を図１の状態からゆっくり上方に引き上げる。図３のように容器の頂部と液面間の距離が $l_3$ になったとき液面の高さは外より $h_3$ だけ高くなった。再び (1) の法則を用いることによって，$h_3$ を $l_1$，$l_3$，$\rho$，$P$ および $g$ で答えよ。

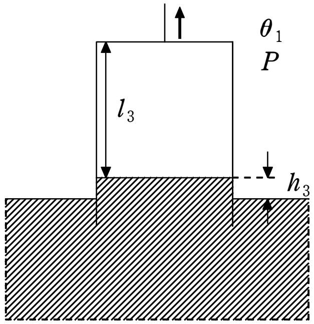


図３

(5)　理想気体は圧力が一定のとき，体積と絶対温度が比例することが知られている。この法則名を答えよ。

(6)　これまでは外気の温度がセルシウス温度 $\theta_1$ であった。図２の状態でおもりを置いたまま，外気の温度を図４のようにセルシウス温度 $\theta_4$ に上げて十分に時間を経過させたところ，容器の頂部と液面間の距離は $l_4$ となった。(5) の法則を考慮し，$l_4$ は $l_2$ に比べて大きいか，小さいか，等しいかを答えよ。また，容器内外の液面の高低差 $h_4$ は $h_2$ に比べて大きくなるか，小さくなるか，等しいかを答えよ。

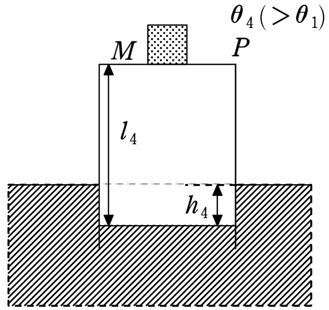


図４

(7)　絶対零度をセルシウス温度で表した値を $\theta_0$ とする。(5) の法則を用いることによって，$\theta_0$ を $l_2$，$l_4$，$\theta_1$ および $\theta_4$ で答えよ。