1．

図1のように，断面積 S〔$\mathrm{m^2}$〕の細長い円筒形容器が鉛直に置かれている。この容器内に，質量が無視できなめらかに動くことのできるピストンで，質量 m〔g〕の水がすき間なく閉じ込められている。容器内には温度調節器があり，容器内の物質を一様に加熱または冷却できるようになっている。ピストンや容器は熱容量の無視できる断熱材でできており，外部との熱のやりとりはない。次の問いに答えよ。

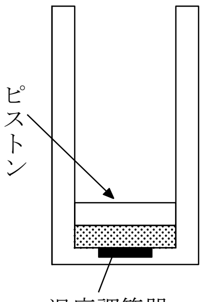


図1

(1)　容器内の水を冷却して凍らせ，$-T_1$〔℃〕で一定にした後，温度調節器の電力を一定にして，1気圧の大気圧のもとで加熱を続けた。加熱し始めた時刻を0 s として，容器内の温度の変化を観測したところ図2のようになった。すなわち，t_1〔s〕後には0℃となりしばらく温度は一定となった。加熱開始 t_2〔s〕後には氷は完全にとけて水になり，その後再び温度が上昇し始め，加熱開始 t_g〔s〕後には T_g〔℃〕に，また t_3〔s〕後には100℃となり，加熱開始 t_4〔s〕後までは100℃の温度が保たれた 。

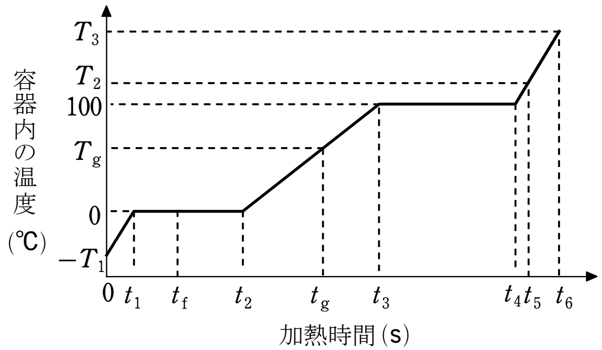


図2

(a)　水の比熱を C_W〔J/(g･K)〕と して，氷が完全にとけた直後の m〔g〕の水が，0℃から T_g〔℃〕まで上昇する間に与えられた熱量を求めよ。

(b)　加熱している間の一定電力 P〔W〕を，m，C_W，T_g，t_g，t_2 を用いて表せ。

(c)　氷の融解熱〔J/g〕を，C_W，T_g，t_1，t_g，t_2 を用いて表せ。

(d)　氷の比熱は，水の比熱の何倍か。T_1，T_g，t_1，t_g，t_2 を用いて表せ。

(e)　加熱開始 t_f〔s〕後に，この容器内に残っている氷の質量は，とけて水となっている部分の氷の質量の何倍か。t_1，t_f，t_2 を用いて表せ。ただし，$t_1<t_f<t_2$ である。

(f)　水の蒸発熱〔J/g〕と氷の融解熱の比を，t_1，t_2，t_3，t_4 を用いて表せ。

(2)　加熱開始 t_4〔s〕後には，水は完全に水蒸気となり再び温度は上昇し始め，加熱開始 t_5〔s〕後には T_2〔℃〕に，また t_6〔s〕後には T_3〔℃〕となり，ここで加温を停止した。ただし，水蒸気は「理想気体」とみなせるものとする。

(a)　加熱開始 t_5〔s〕後において，容器内の水蒸気の体積は V_0〔$\mathrm{m^3}$〕であった。加熱開始 t_6〔s〕後の容器内の水蒸気の体積 V_1〔$\mathrm{m^3}$〕を，V_0，T_2，T_3 を用いて表せ。ただし，絶対零度を -273℃とする。

(b)　大気圧を p_0〔Pa〕とすると，この間に水蒸気が外部にした仕事 W〔J〕を，p_0，V_0，T_2，T_3 を用いて表せ。

(c)　この間の水蒸気の内部エネルギーの変化 ΔU_1〔J〕を，P，W，t_5，t_6 を用いて表せ。

解答　(1)　(a)　mC_WT_g〔J〕　(b)　$\dfrac{mC_WT_g}{t_g-t_2}$〔W〕　(c)　$\dfrac{C_WT_g(t_2-t_1)}{t_g-t_2}$〔J/g〕

(d)　$\dfrac{T_gt_1}{T_1(t_g-t_2)}$〔倍〕　(e)　$\dfrac{t_2-t_f}{t_f-t_1}$〔倍〕　(f)　$\dfrac{\text{水の蒸発熱}}{\text{氷の融解熱}}=\dfrac{t_4-t_3}{t_2-t_1}$

(2)　(a)　$\dfrac{T_3+273}{T_2+273}V_0$〔$\mathrm{m^3}$〕　(b)　$p_0V_0\dfrac{T_3-T_2}{T_2+273}$〔J〕　(c)　$P(t_6-t_5)-W$〔J〕

解説

(1)(a)　m〔g〕の水の熱容量は mC_W〔J/K〕であり，0℃から T_g〔℃〕まで温度上昇するための熱量は，熱量の式「$Q=mc\Delta T$」より

$$mC_W(T_g-0)=mC_WT_g \text{〔J〕}$$

(b)　(a)の熱量が (t_g-t_2) 秒間で与えられたので

$$mC_WT_g=P(t_g-t_2)$$

よって　$P=\dfrac{mC_WT_g}{t_g-t_2}$〔W〕

(c)　0℃，m〔g〕の氷が一定電力 P〔W〕で (t_2-t_1) 秒間熱せられて0℃，m〔g〕の水になるから，融解熱を h_1〔J/g〕とすれば

$$mh_1=P(t_2-t_1)$$

(b)を用いて整理すると

$$h_1=\frac{C_WT_g(t_2-t_1)}{t_g-t_2} \text{〔J/g〕}$$

(d)　時刻0 s から t_1〔s〕までで，m〔g〕の氷の温度が $-T_1$〔℃〕から0℃まで上昇しているので，氷の比熱を C_i〔J/(g･K)〕とすると

$$mC_i\{0-(-T_1)\}=P(t_1-0)$$

(b)の結果を用いて

$$mC_iT_1=\frac{mC_WT_g}{t_g-t_2}t_1$$

よって　$\dfrac{C_{\mathrm{i}}}{C_{\mathrm{W}}}=\dfrac{T_{\mathrm{g}}t_1}{T_1(t_{\mathrm{g}}-t_2)}$〔倍〕

(e)　一定電力で熱しているので，とけて水となる氷の質量は熱する時間に比例する。時刻 t_{f}〔s〕において，とけた氷は $(t_{\mathrm{f}}-t_1)$〔s〕熱せられており，残っている氷はこの先 (t_2-t_{f})〔s〕でとけることになるので

$$\frac{t_2-t_{\mathrm{f}}}{t_{\mathrm{f}}-t_1}\text{〔倍〕}$$

(f)　水の蒸発熱を h_2〔J/g〕とする。100 ℃，m〔g〕の水が (t_4-t_3) 秒間ですべて水蒸気となるので　$mh_2=P(t_4-t_3)$　であり (c) とあわせて

$$\frac{h_2}{h_1}=\frac{\dfrac{P(t_4-t_3)}{m}}{\dfrac{P(t_2-t_1)}{m}}=\frac{t_4-t_3}{t_2-t_1}$$

つまり　$\dfrac{\text{水の蒸発熱}}{\text{氷の融解熱}}=\dfrac{t_4-t_3}{t_2-t_1}$

(2)(a)　ピストンがなめらかに動くので，時刻 t_5〔s〕から t_6〔s〕の気体の状態変化は定圧変化とみなされる。絶対温度は (T_2+273)〔K〕から (T_3+273)〔K〕へと変化しているので，シャルルの法則より

$$\frac{V_0}{T_2+273}=\frac{V_1}{T_3+273}$$

よって

$$V_1=\frac{T_3+273}{T_2+273}V_0\text{〔m}^3\text{〕}$$

(b)　ピストンの質量が無視できるので，容器内の水蒸気の圧力は p_0〔Pa〕に等しく

$$W=p_0(V_1-V_0)$$

(a) の結果を代入して整理すると

$$W=p_0V_0\frac{T_3-T_2}{T_2+273}\text{〔J〕}$$

(c)　一定電力 P〔W〕で (t_6-t_5)〔s〕加熱されているので，水蒸気が吸収した熱量は $P(t_6-t_5)$〔J〕であり，熱力学第一法則「$\Delta U=Q-W_{\text{した}}$」より

$$\Delta U_1=P(t_6-t_5)-W\text{〔J〕}$$

２．

図 1 に示すような熱量計がある。断熱材で囲まれた金属容器に，電熱線，温度計およびかくはん棒が入っている。電熱線の抵抗値は 100 Ω で，電熱線は電圧 80 V (実効値) の交流電源に導線とスイッチを通してつながれている。電熱線，導線，温度計，かくはん棒の熱容量と，導線の電気抵抗およびかくはんによる温度上昇は無視できる。また，導線，温度計，かくはん棒を通しての外部との熱の出入りはないものとする。水の比熱を 4.2 J/(g·K) であるとして，次の問 (1)〜(4) に答えよ。

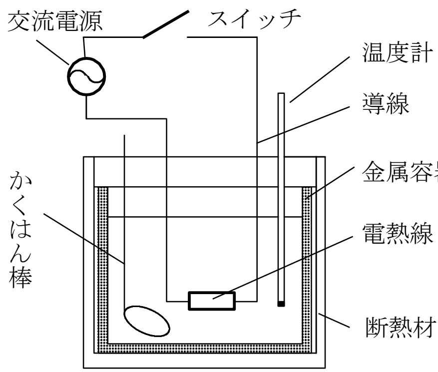


図 1

(1)　初め，交流電源のスイッチを切った状態で金属容器に水 100 g を入れ，しばらく放置したら水温は 15 ℃ で一定となった。次に，この金属容器に 60 ℃ に熱した水 100 g を加え，かくはんした。しばらくすると水温は 34.5 ℃ で一定となった。金属容器の熱容量を求めよ。

容器の水を捨て，比熱が未知の液体 200 g を容器に入れ，しばらく放置したら液体の温度は 15 ℃ で一定となった。その後，かくはんしながら，スイッチを閉じて電熱線に電流を流したところ，流しはじめてから 4 分後に液体の温度は 40 ℃ となった。

(2)　電熱線で消費される電力はいくらか。

(3)　この液体の比熱を求めよ。

次に，スイッチを切り，容器の液体を捨て，200 g の氷水を入れて，金属容器と氷水の温度が等しくなるようにしばらく放置した。その後，かくはんしながら，スイッチを閉じて電熱線に電流を流した。

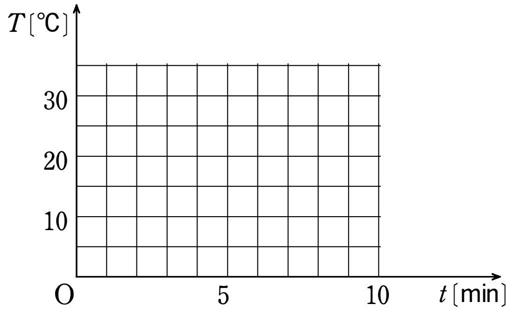
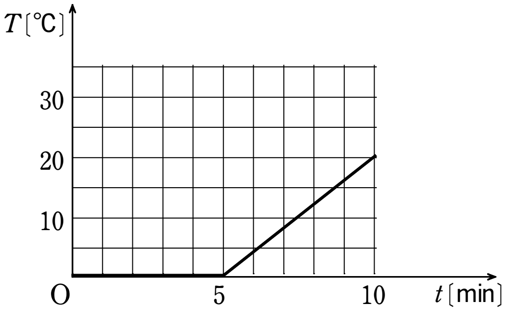


図 2

(4)　電流を流しはじめたときの氷の質量が 57 g であったとして，電流を流しはじめてからの時間 t と水の温度 T の関係を表すグラフを図 2 にかけ。氷の融解熱は 334 J/g であるとし，グラフは $t \leqq 10$ min の範囲についてかけ。

解答 (1) 1.3×10^2 J/K (2) 64 W
(3) 2.4 J/(g·K) (4) 右図



解説

(1) 金属容器の熱容量を C〔J/K〕とする。熱量の式「$Q=mc\Delta t$」「$Q=C\Delta t$」を用いて，60 ℃ の水が失った熱量と，容器とその中の水が得た熱量が等しいという熱量保存の式を立てると

$$100\times4.2\times(60-34.5)=(C+100\times4.2)\times(34.5-15)$$

整理すると $420\times25.5=(C+420)\times19.5$

よって

$$C=\frac{420\times25.5}{19.5}-420=129.2\cdots$$

$$\fallingdotseq \mathbf{1.3\times10^2}\ (\mathrm{J/K})$$

(2) 実効値を用いれば，電力は「$P=\dfrac{V^2}{R}$」と直流と同じように考えてよいから

$$P=\frac{80^2}{100}=\mathbf{64}\ (\mathrm{W})$$

(3) 電熱線が供給したエネルギー「$Q=Pt$」が容器とその中の液体の温度を上昇させた。ここで，液体の比熱を c〔J/(g·K)〕とすると

$$64\times(4\times60)=(C+200\times c)\times(40-15)$$

整理すると

$$64\times4\times60=(129+200c)\times25$$

よって

$$200c=\frac{64\times4\times60}{25}-129=485.4$$

ゆえに $c=2.427\fallingdotseq\mathbf{2.4}$ (J/(g·K))

(4) 電流を流しはじめたとき，0 ℃ の氷が 57 g，0 ℃ の水が 143 g 容器内にある。氷がすべて 0 ℃ の水になるまでに必要な熱量は，「質量×融解熱」で求められ，電流を流しはじめてからの時間を t_0〔min〕とすると

$$57\times334=64\times(t_0\times60)$$

よって $t_0=\dfrac{57\times334}{64\times60}=4.957\cdots\fallingdotseq5.0$ (min)

氷がとけてからは，水と容器の温度が上昇する。
$t=10$ min のときの温度を T〔℃〕とすれば

$$64\times\{(10-4.96)\times60\}=(129+200\times4.2)\times(T-0)$$

よって $T=\dfrac{64\times5.04\times60}{129+840}=19.97\cdots\fallingdotseq20$ (℃)

以上をグラフに示すと，図 a のようになる。

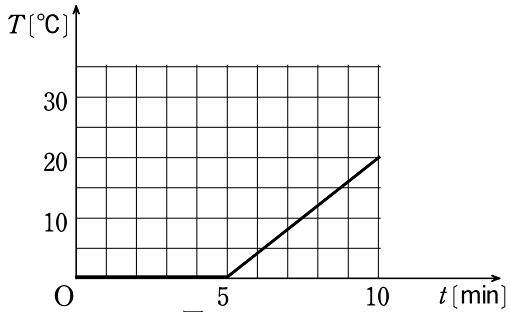


図 a