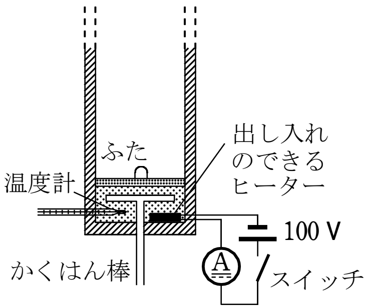
1．

次の文を読んで，$\boxed{}$ に適した式を記せ。また，(1)〜(4) に答えよ。答えの数値は有効数字 3 桁で示し，単位も記せ。

大気圧下に図のような十分に長い円筒状の断熱容器がある。内側にはなめらかに上下でき，質量の無視できる取手の付いたふたをかぶせてあり，容器の内部と外部に熱および液体・気体の出入りはない。また 100 V の直流電源に接続された熱容量 C〔J/K〕のヒーターを容器に出し入れすることが可能である。ヒーターに入った電気エネルギーはすべて熱に変換されるものとし，容器内部の温度計とかくはん棒の熱容量は無視できるものとする。また，水を混ぜるときに発生する熱は無視でき，容器内の温度はつねに一様になっているものとする。ただし，水の比熱を c_w〔J/(g・K)〕，氷の融解熱を L_w〔J/g〕とする。



ヒーターを外部へ出した状態の断熱容器に，T_0〔℃〕($T_0>0$)，m_0〔g〕の水が入っている。ここに 0 ℃，m_1〔g〕の水を入れてよく混ぜてから，ふたをした。その後水温は T_1〔℃〕で一定になった。このとき，m_0〔g〕の水が失った熱量は $\boxed{ア}$〔J〕，m_1〔g〕の水が得た熱量は $\boxed{イ}$〔J〕であるから，両者を等しいとおいて $T_1=\boxed{ウ}$〔℃〕と表される。

次に，同じようにヒーターを外部へ出した状態の断熱容器に入っている T_0〔℃〕，m_0〔g〕の水に，水の代わりに 0 ℃ の氷を同じ質量 m_1〔g〕入れてふたをし，氷が完全にとけるまでよく混ぜたところ，水温は T_2〔℃〕になった。この場合，m_1〔g〕の氷の融解に用いられた $\boxed{エ}$〔J〕の熱量も考慮しなければならないので，$T_2=\boxed{オ}$〔℃〕となる。ヒーターの熱容量 C を知るために，断熱容器の外でヒーターのスイッチを入れてヒーターの温度が T_3〔℃〕($T_3>T_0$) になるまで暖めたあとスイッチを切った。このヒーターと T_0〔℃〕，m_0〔g〕の水をすばやく容器に入れてふたをし，よく混ぜたところ，水温は T_4〔℃〕で一定になった。この場合は，m_0〔g〕の水が得た熱量と，ヒーターが失った熱量を等しいとおけばヒーターの熱容量が得られ，C は $\boxed{カ}$〔J/K〕と表すことができる。

(1)　ヒーターの熱容量 C を知るための測定において，$T_0=30.0$ ℃，$m_0=180$ g，$T_3=60.0$ ℃，$T_4=40.0$ ℃ であった。ヒーターの熱容量 C を求めよ。水の比熱 c_w を 4.20 J/(g・K) とする。

(2)　(1) の最後の状態，すなわち断熱容器内で，40.0 ℃ になった 180 g の水の中にヒーターがある状態で，ふたたびヒーターのスイッチを入れたところ電流計の値は 2.40 A を示した。容器内の水が 100 ℃ に達するまでの時間を求めよ。水の比熱 c_w を 4.20 J/(g・K) とする。

(3)　(2) の最後の状態で，断熱容器内の水が 100 ℃ に達してさらにヒーターで熱し続けると水は沸騰し始めた。電流計の値は 2.40 A のままであった。すべての水が 100 ℃ の水蒸気に変わるまでに必要な時間を求めよ。水の蒸発熱を 2.26×10^3 J/g とする。

(4)　さらに (3) の最後の状態，すなわち断熱容器内がすべて 100 ℃ の水蒸気で満たされたところでヒーターのスイッチを切った。断熱容器内の水蒸気の体積を求めよ。ただし，水蒸気は理想気体と考えよ。また，水 1.00 mol の質量を 18.0 g，気体定数を 8.31 J/(mol・K)，大気圧を 1.00×10^5 Pa とする。

解答　(ア)　$m_0c_\mathrm{w}(T_0-T_1)$　　(イ)　$m_1c_\mathrm{w}T_1$　　(ウ)　$\dfrac{m_0}{m_1+m_0}T_0$

(エ)　$L_\mathrm{w}m_1$　　(オ)　$\dfrac{m_0c_\mathrm{w}T_0-L_\mathrm{w}m_1}{(m_1+m_0)c_\mathrm{w}}$　　(カ)　$\dfrac{T_4-T_0}{T_3-T_4}m_0c_\mathrm{w}$

(1)　378 J/K　　(2)　284 s　　(3)　1.70×10^3 s　　(4)　3.10×10^{-1} m^3

解説

ヒント　(ア)〜(カ) は問題文の誘導に従う。

(2)　(ヒーターで発生するジュール熱)=(水が得た熱量)+(ヒーターが得た熱量)

(3)　すべての水が水蒸気に変わるまでの間は温度が変化しないので，ヒーターが得た熱量は 0 である。

(4)　水蒸気は理想気体と考える $\Longrightarrow$ 理想気体の状態方程式が使える

(ア)　物体に出入りする熱量を表す式「$Q=mc\Delta T$」より　$\boldsymbol{m_0c_\mathrm{w}(T_0-T_1)}$〔J〕

(イ)　(ア) と同様に　$m_1c_\mathrm{w}(T_1-0)=\boldsymbol{m_1c_\mathrm{w}T_1}$〔J〕

(ウ)　$m_0c_\mathrm{w}(T_0-T_1)=m_1c_\mathrm{w}T_1$ より

$(m_1+m_0)T_1=m_0T_0$

よって　$T_1=\boldsymbol{\dfrac{m_0}{m_1+m_0}T_0}$〔℃〕

(エ)　融解熱とは 1 g を融解するのに必要な熱量なので　$\boldsymbol{L_\mathrm{w}m_1}$〔J〕

(オ)　融解に用いられた熱量を考慮すると

$m_0c_\mathrm{w}(T_0-T_2)=L_\mathrm{w}m_1+m_1c_\mathrm{w}T_2$

整理すると　$(m_1+m_0)c_\mathrm{w}T_2=m_0c_\mathrm{w}T_0-L_\mathrm{w}m_1$

よって　$T_2=\dfrac{m_0c_wT_0-L_wm_1}{(m_1+m_0)c_w}$〔℃〕

(カ)　水が得た熱量：$m_0c_w(T_4-T_0)$

ヒーターが失った熱量：$C(T_3-T_4)$

これらを等しいとおいて

$$C(T_3-T_4)=m_0c_w(T_4-T_0)$$

よって　$C=\dfrac{T_4-T_0}{T_3-T_4}m_0c_w$〔J/K〕

(1)　$C=\dfrac{40.0-30.0}{60.0-40.0}\times180\times4.20=378$ (J/K)

(2)　求める時間を t〔s〕とすると，ヒーターで発生するジュール熱は「$Q=IVt$」の式より

$$2.40\times100\times t=240t〔\mathrm{J}〕$$

である。100 ℃ に達するまでに水とヒーターが得た熱量は

$$180\times4.20\times(100-40.0)+378\times(100-40.0)=68040\ (\mathrm{J})$$

これらを等しいとおいて　$240t=68040$

よって　$t=\dfrac{68040}{240}=283.5\fallingdotseq 284$ (s)

(3)　求める時間を t'〔s〕とすると，この間ヒーターで発生するジュール熱は (2) と同様に

$$2.40\times100\times t'=240t'〔\mathrm{J}〕$$

この間に水が得た熱量は

$$2.26\times10^3\times180=406.8\times10^3\ (\mathrm{J})$$

これらを等しいとおいて　$240t'=406.8\times10^3$ ※A←

よって　$t'=\dfrac{406.8\times10^3}{240}=1.695\times10^3\fallingdotseq 1.70\times10^3$ (s)

(4)　求める体積を V〔m³〕とすると，理想気体の状態方程式「$pV=nRT$」より

$$1.00\times10^5\times V=\frac{180}{18.0}\times8.31\times(273+100)$$

よって　$V=\dfrac{10.0\times8.31\times373}{1.00\times10^5}\fallingdotseq 3.10\times10^{-1}$ (m³)

←※A　ヒーターの温度は 100 ℃ のまま変わらないので，ヒーターが得た熱量は 0 である。

２．

液体を加熱すると沸騰して気体に変化する。このときのエネルギー収支を考えるために，図１に示すような装置を用いて実験を行うことにする。容器にはなめらかに動くピストンが付いており，容器とピストンで囲まれた領域（密閉領域）に物質を密閉する。容器にはヒーターが備えつけられており，発生したジュール熱はすべて密閉領域内の物質に与えられる。容器およびピストンは断熱材でできており，密閉領域内の物質の温度は均一であるとする。また，密閉領域内の圧力はつねに標準大気圧 P_0〔Pa〕($=1.013\times10^5$ Pa) に保たれている。

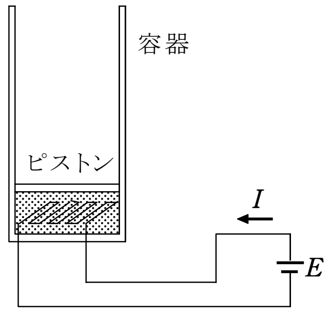


図１

温度 T_0〔K〕において液体である物質 m〔g〕を，密閉領域にすき間なく入れ，時刻 t_0〔s〕からヒーターに一定電圧 E〔V〕を加えて一定電流 I〔A〕を流し，物質の温度 T〔K〕の時間変化を測定したところ，図２のような結果が得られた。横軸は時刻 t〔s〕であり，縦軸は物質の温度 T である。温度は，$t_0<t<t_1$ において一定の割合で上昇し，$t_1<t<t_2$ において T_1〔K〕で一定となった。$t>t_2$ において温度はふたたび一定の割合で上昇した。この測定結果をもとにして，次の問いに答えよ。

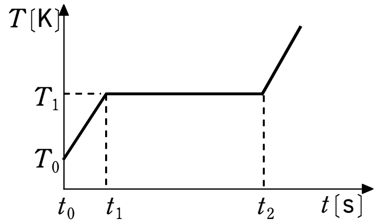


図２

(1)　(a)　$t_0<t<t_1$，(b)　$t_1<t<t_2$，(c)　$t>t_2$ の各場合において，密閉領域内の物質はどのような状態になっているか。選択肢から１つ選べ。

① 液体のみが存在する。　② 気体のみが存在する。　③ 液体と気体が共存する。

(2)　時刻 t_0 から t_1 の間に物質に加えられた熱量 Q_1〔J〕，および，時刻 t_1 から t_2 までの間に物質に加えられた熱量 Q_2〔J〕を式で表せ。

(3)　この物質の液体状態における比熱 c〔J/(g·K)〕を式で表せ。

(4)　この物質の蒸発熱（沸点において液体１g 当たりを気体に変化させるのに必要な熱量）B〔J/g〕を式で表せ。

(5)　時刻 t_1 から t_2 の間にこの物質が外に対してした仕事 W〔J〕を式で表せ。ただし，気体は理想気体として扱えると仮定する。また，同量の物質について考えるとき，液体状態における体積は，気体状態における体積と比べてきわめて小さく，無視してもよい。容器は十分に長く，物質が膨張してもピストンが容器から外れることはない。気体定数を R〔J/(mol·K)〕，物質の 1 mol 当たりの質量を M〔g/mol〕とせよ。

(6)　時刻 t_1 から t_2 の間に加えられた電気エネルギーのうち何 % が仕事 W に変換されたかを式で表せ。さらに，$m=12$ g，$E=12$ V，$I=1.0$ A，$t_1=300$ s，$t_2=2300$ s，$T_1=373$ K，$R=8.31$ J/(mol·K)，$M=18$ g/mol として，求めた式の値を計算せよ（これは，水についての結果である）。

(7)　時刻 t_1 から t_2 の間に加えられた電気エネルギーのうち，仕事 W に変換されなかったエネルギー（$=Q_2-W$）は何に使われたのか，簡潔に説明せよ。

解答　(1) (a)　①　　(b)　③　　(c)　②

(2)　$Q_1=IE(t_1-t_0)$〔J〕，$Q_2=IE(t_2-t_1)$〔J〕　(3)　$\dfrac{IE(t_1-t_0)}{m(T_1-T_0)}$〔J/(g·K)〕

(4)　$\dfrac{IE(t_2-t_1)}{m}$〔J/g〕　(5)　$\dfrac{mRT_1}{M}$〔J〕　(6)　$\dfrac{100mRT_1}{MIE(t_2-t_1)}$〔%〕，8.6 %

(7)　液体から気体に状態変化させるために使われる。

解説

蒸発（融解）では物質の状態変化に熱が使われ，温度は変化しない。この蒸発している間は「熱量＝質量×蒸発熱」の関係を用いる。温度が変化しているときは「$Q=mc\Delta T$」の関係を用いる。ヒーターが出すジュール熱は「$Q=IVt$」の関係から求められる。

(1) (a)　温度 T_0〔K〕で物質は液体であるから，$t_0<t<t_1$ においては液体の温度が上昇している。よって，①

(b)　$t_1<t<t_2$ においては温度が一定であるから蒸発中である。よって液体と気体が共存しているので，③

(c)　$t>t_2$ においては液体がすべて蒸発し，気体のみが存在しているので，②

(2)　物質に与えられる熱は，ヒーターから発生するジュール熱である。ジュール熱の式「$Q=IVt$」より

$$Q_1=IE(t_1-t_0)\text{〔J〕} \quad \cdots\cdots ①$$

$$Q_2=IE(t_2-t_1)\text{〔J〕} \quad \cdots\cdots ②$$

(3)　液体状態の物質 m〔g〕は，Q_1〔J〕の熱量を与えられたことにより，温度が (T_1-T_0)〔K〕だけ上昇している。比熱と熱量の関係式「$Q=mc\Delta T$」と ① 式より

$$Q_1=mc(T_1-T_0)=IE(t_1-t_0)$$

よって　$c=\dfrac{IE(t_1-t_0)}{m(T_1-T_0)}$〔J/(g·K)〕

(4)　液体状態の物質 m〔g〕は，Q_2〔J〕の熱量を与えられたことにより，すべて m〔g〕の気体に状態変化している。「熱量＝質量×蒸発熱」の関係と ② 式より

$$Q_2=mB=IE(t_2-t_1)$$

よって　$B=\dfrac{IE(t_2-t_1)}{m}$〔J/g〕

(5)　m〔g〕の気体の物質量 n〔mol〕は，物質 1 mol 当たりの質量が M〔g/mol〕なので

$$n=\frac{m}{M} \quad \cdots\cdots ③$$

である。時刻 t_1 から t_2 の間，密閉領域内の気体の圧力は外気圧 P_0 とつねに等しい。n〔mol〕の気体が温度 T_1〔K〕，圧力 P_0〔N/m²〕の状態において占める体積を V_1〔m³〕とすると，理想気体の状態方程式「$pV=nRT$」と ③ 式より

$$P_0V_1=\frac{m}{M}RT_1 \quad \cdots\cdots ④$$

時刻 t_1 から t_2 の間に物質（気体）が外に対してした仕事 W は，等圧変化における気体がした仕事を表す式「$W_{\text{した}}=p\Delta V$」より

$$W=P_0(V_1-0) \quad \cdots\cdots ⑤$$

⑤ 式に ④ 式を代入すると

$$W=P_0V_1=\frac{mRT_1}{M}\text{〔J〕} \quad \cdots\cdots ⑥$$

(6)　時刻 t_1 から t_2 の間に物質に与えられた電気エネルギー（熱量）Q_2 のうちの仕事 W の割合（%）を求めるので，② 式と ⑥ 式より

$$\frac{W}{Q_2}\times 100=\frac{\dfrac{mRT_1}{M}}{IE(t_2-t_1)}\times 100$$

$$=\frac{100mRT_1}{MIE(t_2-t_1)}\text{〔%〕} \quad \cdots\cdots ⑦$$

⑦ 式に与えられた数値を代入すると

$$\frac{100\times 12\times 8.31\times 373}{18\times 1.0\times 12\times(2300-300)}\fallingdotseq 8.6\text{（%）}$$

(7)　時刻 t_1 から t_2 の間に与えられたエネルギーのうち，仕事 W に変換されなかったエネルギー（$=Q_2-W$）は，**液体から気体に状態変化させるために使われる。**