

1.

太陽を周回する惑星の運動に関する次の文章を読み、下の問い(1)~(3)に答えよ。

惑星が太陽に最も近づく点を近日点、最も遠ざかる点を遠日点と呼ぶ。図1のように、太陽からの惑星の距離と惑星の速さを、近日点で r_1 、 v_1 、遠日点で r_2 、 v_2 とする。また、太陽の質量、惑星の質量、万有引力定数をそれぞれ M 、 m 、 G とする。

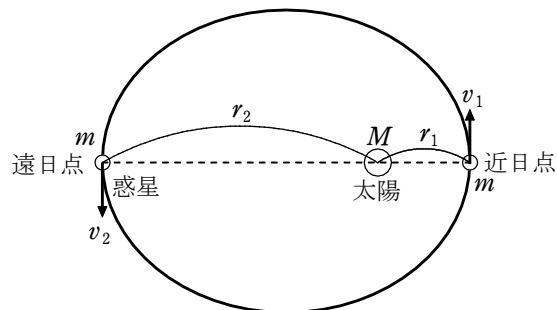


図1

(1) 惑星の運動については「惑星と太陽とを結ぶ線分が一定時間に通過する面積は一定である」というケプラーの第二法則(面積速度一定の法則)が成りたつ。これから得られる関係式として正しいものを、次の①~⑥のうちから1つ選べ。

① $\frac{r_1}{Mv_1} = \frac{r_2}{mv_2}$ ② $mr_1v_1 = Mr_2v_2$

③ $\frac{r_1}{mv_1} = \frac{r_2}{Mv_2}$ ④ $Mr_1v_1 = mr_2v_2$

⑤ $\frac{r_1}{v_1} = \frac{r_2}{v_2}$ ⑥ $r_1v_1 = r_2v_2$

(2) 図2の(a)~(d)の曲線のうち、太陽からの惑星の距離 r と惑星の運動エネルギーの関係を表すものはどれか。また、距離 r と万有引力による位置エネルギーの関係を表すものはどれか。その組合せとして最も適当なものを、下の①~⑥のうちから1つ選べ。ただし、万有引力による位置エネルギーは、無限遠で0とする。

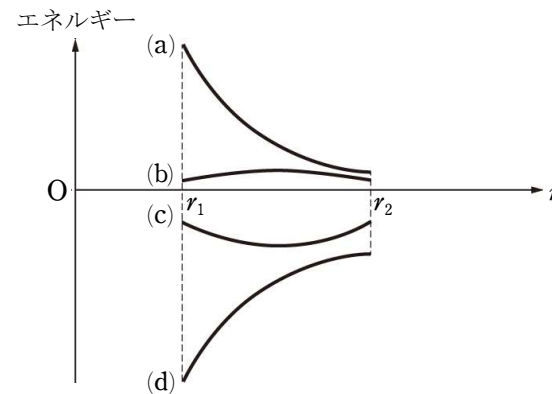


図2

	運動エネルギー	位置エネルギー
①	(a)	(b)
②	(a)	(c)
③	(a)	(d)
④	(b)	(a)
⑤	(b)	(c)
⑥	(b)	(d)

(3) 次の文章中の空欄 ・ に入れる式と語の組合せとして最も適当なものを、次の①~⑧のうちから1つ選べ。

惑星の軌道が円である場合と、楕円(だえん)である場合の力学的エネルギーについて考える。図3の軌道Aのように、惑星が半径 r の等速円運動をすると、その速さは $v = \text{ア}$ となる。一方、軌道Bのように、近日点での太陽からの距離が r となる楕円運動の場合、惑星の力学的エネルギーは、軌道Aの場合の力学的エネルギーに比べて 。

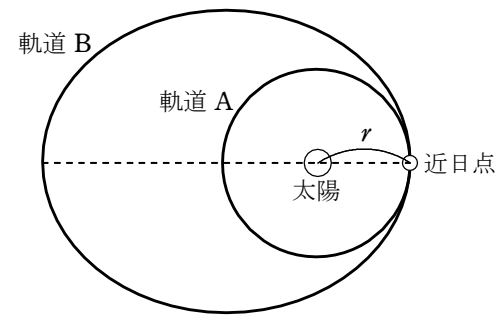


図3

	ア	イ
①	$m\sqrt{\frac{G}{Mr}}$	大きい
②	$m\sqrt{\frac{G}{Mr}}$	小さい
③	$M\sqrt{\frac{G}{mr}}$	大きい
④	$M\sqrt{\frac{G}{mr}}$	小さい
⑤	$\sqrt{\frac{Gm}{r}}$	大きい
⑥	$\sqrt{\frac{Gm}{r}}$	小さい
⑦	$\sqrt{\frac{GM}{r}}$	大きい
⑧	$\sqrt{\frac{GM}{r}}$	小さい

解答 (1) ⑥ (2) ③ (3) ⑦

2.

質量 m の人工衛星が、地球のまわりを速さ v で円運動している。人工衛星の地表面からの高さを h 、地球の質量を M 、地球の半径を R 、万有引力定数を G とする。また、地球の自転や公転の影響、他の天体の及ぼす影響は無視できるものとする。

(1) 人工衛星が地球から受ける万有引力の大きさ F を表す式として最も適当なものを、次の ①～⑧ のうちから 1 つ選べ。 $F = \boxed{1}$

- ① $\frac{GMm}{R}$ ② $\frac{GMm}{R^2}$ ③ $\frac{GMmh}{R^2}$
 ④ $\frac{GMm}{R+h}$ ⑤ $\frac{GMm}{(R+h)^2}$ ⑥ $\frac{GMmh}{(R+h)^2}$
 ⑦ $\frac{GMm}{h}$ ⑧ $\frac{GMm}{h^2}$

(2) 人工衛星の速さ v を表す式として最も適当なものを、次の ①～⑨ のうちから 1 つ選べ。 $v = \boxed{2}$

- ① $\sqrt{\frac{hF}{m}}$ ② $\sqrt{\frac{RF}{m}}$ ③ $\sqrt{\frac{(R+h)F}{m}}$
 ④ $\frac{hF}{m}$ ⑤ $\frac{RF}{m}$ ⑥ $\frac{(R+h)F}{m}$
 ⑦ $\frac{h^2F}{m}$ ⑧ $\frac{R^2F}{m}$ ⑨ $\frac{(R+h)^2F}{m}$

(3) 人工衛星の運動には、惑星の運動に関する法則と同様の法則が適用できる。人工衛星の周期 T の 2 乗と、地球の中心からの距離 a の 3 乗の比 $k = \frac{T^2}{a^3}$ について述べた文として最も適当なものを、次の ①～⑤ のうちから 1 つ選べ。 $\boxed{3}$

- ① k は m と v に比例する。
 ② k は m と v に反比例する。
 ③ k は v にはよらないが、 m に比例する。
 ④ k は v にはよらないが、 m に反比例する。
 ⑤ k は m にも v にもよらない。

解答 (1) ⑤ (2) ③ (3) ⑤