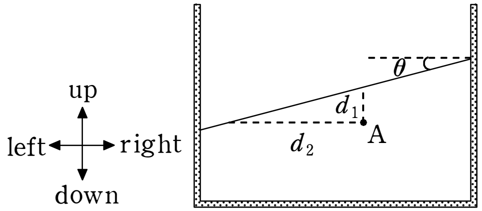
1．

水を入れた箱を，地上に対して一定の加速度で水平に動かした。水は箱に対し静止した状態で，図のように水面は水平面に対し角度 θ だけ傾いた。また，点 A からの水の厚みが，up 方向では d_1，left 方向では d_2 となった。水の密度を ρ，大気圧を p_0，水平方向の加速度の大きさを a，重力加速度の大きさを g として次の問いに答えよ。



(1) 地上から見た箱の加速度の方向と，箱から見た水にはたらく慣性力の方向は図のup, down，left，right のどれか。それぞれ正しいものを次の選択肢から選べ。ただし，同じものをくり返し選んでもよい。

① up　② down　③ left　④ right

(2) 箱から見た点 A にはたらく力の up 方向，down 方向，left 方向，right 方向の大きさをそれぞれ F_{up}，F_{down}，F_{left}，F_{right} としたとき，大小関係について正しいものを次の選択肢から選べ。

① $F_{\mathrm{up}}>F_{\mathrm{down}}$，$F_{\mathrm{left}}>F_{\mathrm{right}}$　② $F_{\mathrm{up}}>F_{\mathrm{down}}$，$F_{\mathrm{left}}<F_{\mathrm{right}}$
③ $F_{\mathrm{up}}<F_{\mathrm{down}}$，$F_{\mathrm{left}}>F_{\mathrm{right}}$　④ $F_{\mathrm{up}}<F_{\mathrm{down}}$，$F_{\mathrm{left}}<F_{\mathrm{right}}$
⑤ $F_{\mathrm{up}}=F_{\mathrm{down}}$，$F_{\mathrm{left}}>F_{\mathrm{right}}$　⑥ $F_{\mathrm{up}}=F_{\mathrm{down}}$，$F_{\mathrm{left}}<F_{\mathrm{right}}$
⑦ $F_{\mathrm{up}}>F_{\mathrm{down}}$，$F_{\mathrm{left}}=F_{\mathrm{right}}$　⑧ $F_{\mathrm{up}}<F_{\mathrm{down}}$，$F_{\mathrm{left}}=F_{\mathrm{right}}$
⑨ $F_{\mathrm{up}}=F_{\mathrm{down}}=F_{\mathrm{left}}=F_{\mathrm{right}}$

(3) 点Aを含む微小な水平面にはたらく重力方向の圧力はいくらか。正しいものを次の選択肢から選べ。ただし，微小面内での圧力の違いは無視できるものとする。

① $\rho g d_1$　② $p_0+\rho g d_1$　③ $p_0+\rho g d_2$　④ $p_0+\rho g d_1\cos\theta$

(4) 慣性力に対して垂直な，点 A を含む微小面にはたらく慣性力方向の圧力はいくらか。正しいものを次の選択肢から選べ。ただし，微小面内での圧力の違いは無視できるものとする。

① $\rho a d_1$　② $p_0+\rho a d_1$　③ $p_0+\rho a d_2$　④ $p_0+\rho a d_2\sin\theta$

(5) 加速度の大きさ a はいくらか。正しいものを次の選択肢から選べ。

① $\dfrac{g}{\sin\theta}$　② $\dfrac{g}{\cos\theta}$　③ $\dfrac{g}{\tan\theta}$　④ $g\sin\theta$　⑤ $g\cos\theta$
⑥ $g\tan\theta$

解答　(1) 加速度の方向：③　慣性力の方向：④　(2) ⑨　(3) ②　(4) ③

(5) ⑥

解説

(1) 水面が水平面に対して θ 傾いて静止しているとき，箱とともに運動する観測者にとってのみかけの重力は水面と直角な向きになる (図 a)。このために慣性力は右向きである必要がある。よって箱の加速度は慣性力と逆向きの左向きになる。

加速度の方向 …… ③　慣性力の方向 …… ④

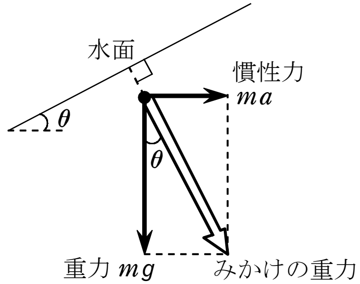


図 a

(2) 箱から見ると，点 A にある水が静止しているので，あらゆる方向からの水圧による力は等しい。…… ⑨

(3) 点 A を含む微小水平面 (面積を S とする) より上方にある大気と水の重力が微小水平面にかかる (図 b)。大気にかかる重力によって生じる圧力が大気圧 p_0 である。圧力の式「$p=\dfrac{F}{S}$」より，求める圧力 p_1 は

$$p_1=\frac{p_0S+\rho S d_1 g}{S}=p_0+\rho d_1 g \quad \cdots\cdots ②$$

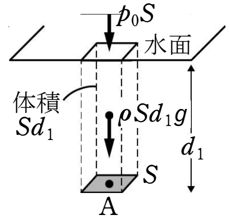


図 b

(4) (3) と同様に考えると，微小面 (面積を S とする)の左側から大気が押す力と，微小面の左にある水にはたらく慣性力の合力が微小面を右へ押しているので (図 c)，求める圧力 p_2 は

$$p_2=\frac{p_0S+\rho S d_2 a}{S}=p_0+\rho d_2 a \quad \cdots\cdots ③$$

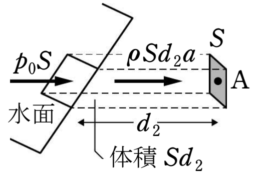


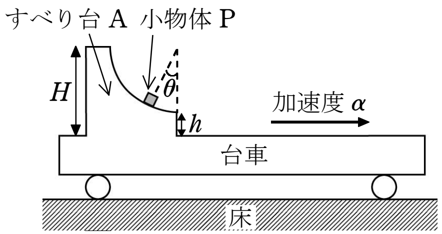
図 c

(5) 図 a より

$$\tan\theta=\frac{ma}{mg} \quad よって \quad a=g\tan\theta \quad \cdots\cdots ⑥$$

２．

図のように，円弧状のすべり面をもつすべり台 A を固定した台車が水平な床を右向きに一定の加速度 α で運動している。台車の上面は床に平行で，すべり台 A の左端と右端の高さはそれぞれ H と h である。円弧の半径は $H-h$ で，面はなめらかである。重力加速度の大きさを g とする。



(1)　質量 m の小物体 P を，すべり台 A の円弧上で鉛直となす角 θ の位置にそっと置いたところ，小物体 P は置かれた位置ですべり台 A に対して静止したままであった。このとき，加速度 α の大きさを求めよ。

(2)　次に小物体 P を，すべり台 A の円弧上で台車からの高さ H の点で台車に対して静止するように置いてそっとはなすと，小物体 P は円弧上をすべり，すべり台 A から水平に飛び出した。この間における台車に対する小物体 P の速さの最大値 V_M と，飛び出す瞬間の台車に対する小物体 P の速さ V をそれぞれ m，H，h，g，θ の中から必要なものを使って表せ。

(3)　今度はすべり台 A の円弧上のある位置で小物体 P を同様にそっとはなすと，小物体 P は円弧上をすべり，台車に対する速さ V_0 ですべり台 A から水平に飛び出した。その後，小物体 P は台車上面で 1 回衝突し，すべり台 A から飛び出した位置に再びもどってきた。V_0 を m，h，g，α の中から必要なものを使って表せ。ただし，面との衝突の際，台車から見た小物体の鉛直方向の速さと，水平方向の速さは変わらないものとする。

解答　(1)　$\alpha = g\tan\theta$

(2)　$V_M = \sqrt{\dfrac{2g(H-h)(1-\sin\theta)}{\cos\theta}}$，$V = \sqrt{2g(H-h)(1-\tan\theta)}$

(3)　$V_0 = \alpha\sqrt{\dfrac{2h}{g}}$

解説

ヒント　慣性力 $m\alpha$ において α が一定なら，見かけ上，重力とよく似たはたらきをする。

(2)　考え方 ①　重力と慣性力の合力を見かけの重力として，力学的エネルギー保存を考える。

考え方 ②　重力と慣性力が別にはたらいて，それぞれ仕事をしていると考える。

(3)　飛び出した位置にもどるためには，上面とどのような衝突をする必要があるかを台車から見た立場で考える。

(1)　加速度 α で運動する台車上から観測すると，図 a のように，小物体 P には慣性力 $m\alpha$ (左向き) がはたらき，静止している。小物体 P が受ける垂直抗力を N とすると，力のつりあいより

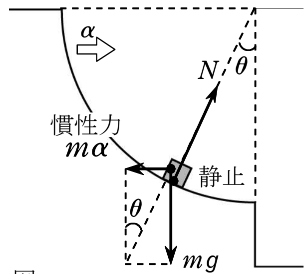


図 a

$$\begin{cases} N\cos\theta = mg \\ N\sin\theta = m\alpha \end{cases} \qquad これより \quad \alpha = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}g = g\tan\theta$$

(2)　重力と慣性力の合力を見かけの重力と考える。このときの見かけの重力加速度 g' は，円の中心から (1) の静止位置の向きで，その大きさは

$$g' = \sqrt{g^2+\alpha^2} = \sqrt{g^2(1+\tan^2\theta)} = \frac{g}{\cos\theta}$$

となる。この見かけの重力加速度のもとでは，図 b のように (1) の静止位置 (角 θ の位置) が「最下点」となり，台車から観測したときの速さは最大となる。見かけの重力による位置エネルギーを用いて，小物体 P をはなしてから，速さが最大となるまでの力学的エネルギー保存の式を立てると次のようになる (図 b)。

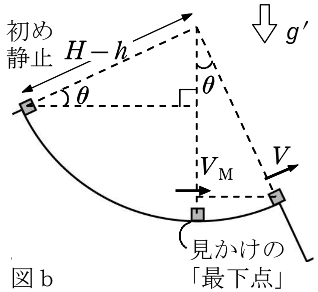


図 b

$$0 + mg'\{(H-h)-(H-h)\sin\theta\} = \frac{1}{2}mV_M{}^2 + 0$$

ゆえに　$V_M = \sqrt{2g'(H-h)(1-\sin\theta)} = \sqrt{\dfrac{2g(H-h)(1-\sin\theta)}{\cos\theta}}$

また，飛び出す瞬間の速さも同様に考えることができて (図 b)

$$0 + mg'\{(H-h)-(H-h)\sin\theta\} = \frac{1}{2}mV^2 + mg'\{(H-h)-(H-h)\cos\theta\}$$

よって　$V = \sqrt{2g'(H-h)(\cos\theta-\sin\theta)} = \sqrt{2g(H-h)(1-\tan\theta)}$

別解　見かけの重力として 1 つにまとめず，重力と慣性力がそれぞれ一定の力で仕事をしていると考える方法もある (図 c)。重力のする仕事は常に正，慣性力のする仕事は常に負であることに注意して，運動エネルギーと仕事の関係式を立てると

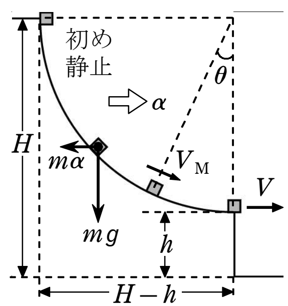


図 c

$$\frac{1}{2}mV_M{}^2 - 0 = mg(H-h)\cos\theta - m\alpha(H-h)(1-\sin\theta)$$

これを解いて　$V_M = \sqrt{\dfrac{2g(H-h)(1-\sin\theta)}{\cos\theta}}$

(3)　問題文に示された現象が起こるとき，台車上から小物体Ｐを観測すると，Ｐの運動は，台車上面に衝突したとき (水平に飛び出してから時間 t_2) に，台車に対する水平方向の速度が 0 になり，その前後で対称性をもつものになる (図 d)。台車上から観測したとき，Ｐの水平 (右向きを正)，鉛直 (下向きを正) 方向の加速度をそれぞれ a_x，a_y とすると，運動方程式「$ma=F$」より

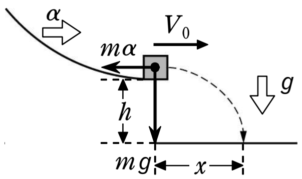


図 d

水平：$ma_x=-m\alpha$　よって　$a_x=-\alpha$　　鉛直：$ma_y=mg$　よって　$a_y=g$

Ｐの鉛直方向の運動は，初速度 0，加速度 $a_y=g$ の等加速度運動で，h 進むのに時間 t_2 かかる。等加速度直線運動の式「$x=v_0t+\dfrac{1}{2}at^2$」より

$$h=\frac{1}{2}g{t_2}^2 \quad \text{よって} \quad t_2=\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

台車上から観測すると，運動の対称性から，時間 t_2 においてＰの水平方向の速度成分が 0 になることから，等加速度直線運動の式「$v=v_0+at$」より

$$0=V_0+(-\alpha)t_2 \qquad \text{ゆえに，}V_0=\alpha\sqrt{\frac{2h}{g}}$$