１．

図１のような，水平とのなす角が θ のなめらかな斜面となめらかな鉛直面からなる質量 M の台Ａを考え，その斜面上に質量 m の小物体Ｂを置く。この小物体Ｂに軽くて伸びない糸の一端をつなぎ，それをこの斜面の上端に固定された軽くてなめらかに回る滑車に通し，そのもう一方の端に質量 m の小物体Ｃをつないで，小物体Ｃを滑車から鉛直につり下げたとき台Ａの鉛直面に接するようにする。小物体Ｂと滑車の間の糸は斜面に平行に保たれ，さらに，小物体ＢとＣはいずれも台Ａの上端または下端に達しないとし，また，重力加速度の大きさを g とおく。空気の影響はないものとして，次の問いに答えよ。

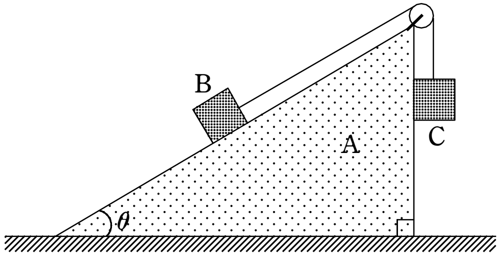


図１

［A］ 図１のように，台Ａを水平面上に固定し，小物体Ｂを斜面上に止めた状態から静かにはなすと，小物体ＢとＣは動き始めた。このとき，次の問いに答えよ。

⑴ 小物体Ｃは上昇するか，下降するか。

⑵ 小物体Ｃの加速度の大きさを求めよ。

⑶ 糸が小物体Ｂを引く力の大きさを求めよ。

⑷ 糸が滑車を通して台Ａを押す力の水平方向の成分の大きさを求めよ。

［B］ 図２のように，台Ａをなめらかな水平面上に置き，それを水平に一定の力で引くことにより等加速度運動させると，小物体Ｂが斜面上のある位置に止まったままになった。このとき，次の問いに答えよ。

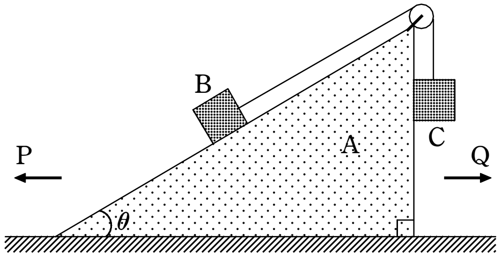


図２

⑴ 台Ａを引く力の向きは，図２の矢印ＰとＱのいずれの向きか。

⑵ 台Ａの加速度の大きさを求めよ。

⑶ 小物体Ｂが台Ａから受ける抗力の大きさを求めよ。

⑷ 台Ａを引く力の大きさを求めよ。

［C］ 台Ａがなめらかな水平面上を自由に動くことができるようにする。さらに，図３のように，小物体Ｃの右側になめらかな鉛直の壁Ｄを台Ａに固定し，小物体Ｃが台Ａの鉛直面に接しながら台Ａに対し上下にのみなめらかに動くようにする。この状況で，小物体Ｂをその斜面上で動かないように支え，かつ，台Ａを水平面上で動かないように支える。この状態から，台Ａと小物体Ｂの支えを同時に静かに外すと，台Ａおよび小物体ＢとＣは動き始めた。台Ａに取りつけた壁Ｄからなる部分の質量はないものとして，次の問いに答えよ。

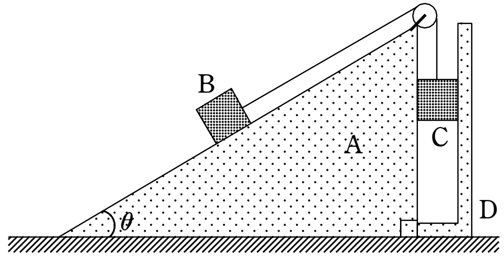


図３

⑴ 台Ａの加速度の大きさを a_{A}，また，台Ａに対して静止した(台Ａとともに動く)観測者から見たときに，小物体Ｃが鉛直方向に動く加速度の大きさを a_{C} とするとき，加速度の大きさの比 $\dfrac{a_{\mathrm{C}}}{a_{\mathrm{A}}}$ を M，m，θ を用いて表せ。

⑵ a_{C} を M，m，g，θ を用いて表せ。

解答 ［A］ ⑴ 下降する　⑵ $\dfrac{g}{2}(1-\sin\theta)$　⑶ $\dfrac{mg}{2}(1+\sin\theta)$

⑷ $\dfrac{mg}{2}(1+\sin\theta)\cos\theta$

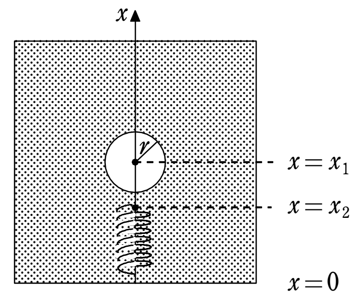
［B］ ⑴ Q　⑵ $\dfrac{1-\sin\theta}{\cos\theta}g$　⑶ $\dfrac{1-\sin\theta}{\cos\theta}mg$

⑷ $\dfrac{1-\sin\theta}{\cos\theta}(M+2m)g$

［C］ ⑴ $\dfrac{M+2m}{m\cos\theta}$　⑵ $\dfrac{(M+2m)g(1-\sin\theta)}{2M+(4-\cos^2\theta)m}$

２．

次の文章を読み，設問に対する答えを求めよ。



水平な台の上に一辺が L〔m〕のふた付きの軽い立方体の水槽が置かれている。水槽の底面の中心に原点を置き，鉛直上方に x 軸をとる。半径 r〔m〕の軽い中空の球$\left(\text{体積}\dfrac{4}{3}\pi r^3\right)$と自然の長さ l〔m〕，ばね定数 k〔kg/s^2〕の軽いばねをつなぎ，ばねの他端を原点に固定する。この水槽に水を満たし，ふたをする。このとき球は浮力を受けて水槽のほぼ中央に浮かんでいる (図)。重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕，水の密度を ρ〔kg/m^3〕，水の比熱を c〔J/(kg·K)〕として次の問いに答えよ。

(3) 以降では，x_1 および x_2 は，そのまま記号として使用してもよい。また，(5) 以降では x_3 をそのまま記号として使用してもよい。

(1)　一様な球や立方体の重心は，それらの中心にある。水槽中の中空の球は x 軸上で静止しているとする。

　球の中心位置を x_1 として，水槽全体の重心 x_2 を求めよ。

(2)　球にはたらく浮力とばねによる張力とのつりあい条件から x_1 を求めよ。

(3)　(2) のばねに蓄えられたエネルギーを求めよ。

(4)　水槽を台にのせたままエレベーターに固定する。エレベーターが動きだして一定の加速度 a〔m/s^2〕で上昇を続けた場合，重力に加えて慣性力が作用する。その状態で，十分時間がたった後の球の中心位置 x_3 を求めよ。

(5)　(4) のばねに蓄えられたエネルギーを求めよ。

(6)　エレベーターが減速して静止したとき，ばねに蓄えられていたエネルギーが水の温度上昇にすべて使われたとする。

　水の温度上昇 ΔT〔K〕を求めよ。

(7)　静止した状態のエレベーターのロープを切り離して，水槽を自由落下させる。自由落下している水槽中の球の状態として最も適切なものを選べ。

①　球は最初下方に動き，振動を始めるが，やがて振動は収まり，ばねは自然の長さになる。

②　球は最初上方に動き，振動を始めるが，やがて振動は収まり，ばねは自然の長さになる。

③　球は最初下方に動き，振動を始めるが，やがて振動は収まり，ばねはエレベーターが静止していたときの長さにもどる。

④　球は最初上方に動き，振動を始めるが，やがて振動は収まり，ばねはエレベーターが静止していたときの長さにもどる。

⑤　球の中心はエレベーターが静止していたときの位置から変化しない。

解答　(1)　$\dfrac{3L^4-8\pi r^3 x_1}{2(3L^3-4\pi r^3)}$〔m〕　(2)　$r+l+\dfrac{4\pi r^3\rho g}{3k}$〔m〕　(3)　$\dfrac{1}{2}k(x_1-r-l)^2$〔J〕

(4)　$r+l+\dfrac{4\pi r^3\rho(g+a)}{3k}$〔m〕$\left(=x_1+\dfrac{4\pi r^3\rho a}{3k}\text{〔m〕}\right)$　(5)　$\dfrac{1}{2}k(x_3-r-l)^2$〔J〕

(6)　$\dfrac{3k\{x_1+x_3-2(r+l)\}(x_3-x_1)}{2\rho c(3L^3-4\pi r^3)}$〔K〕　(7)　①