

1.

図1のように、長さ l の軽い糸に取りつけた質量 m の質点 A が、水平面内を速さ v_0 で等速円運動をしている。糸の他端は水平な天井の点 O に固定され、糸と鉛直方向とのなす角は θ であった。重力加速度の大きさを g として、次の問いに答えよ。

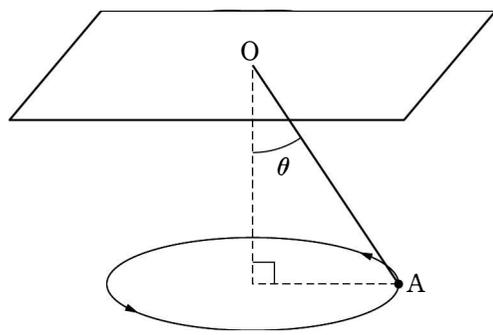


図1

(1) 糸に作用している張力の大きさ F を m, g, θ を用いて表せ。

(2) v_0 を l, g, θ を用いて表せ。

図2のように、一端を点 O に固定した長さ l の軽い糸に質量 m の質点 B を取りつけ、 O から距離 l 離れた天井から、 B を鉛直下向きに A と同じ速さ v_0 で打ち出した。そうすると、 A と B は合体して質量 $2m$ の質点 C となった。次の問いに答えよ。

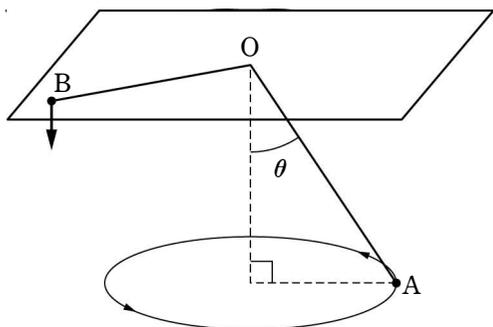


図2

(3) B が A と合体する直前の B の速さ v_B を l, g, θ を用いて表せ。

(4) B が A と合体した直後の C の速さ v_C を l, g, θ を用いて表せ。

(5) A と B の合体で失われる力学的エネルギー K を m, l, g, θ を用いて表せ。

(6) 合体した C は、その後天井に衝突した。 C が天井と衝突する直前の C の速さ v_1 を l, g, θ を用いて表せ。

2.

図1のような途中がループしているレールがある。レールの太さは無視できるものとし、ループ $BCDE$ は鉛直面をなす半径 r の円軌道になっている。点 A から初速 0 で出発した質量 m の小球 P の運動を考える。点 A の水平面 GB からの高さを h として、次の(1)~(9)に答えよ。ただし、重力加速度の大きさを g とし、摩擦や空気の抵抗は無視できるものとする。

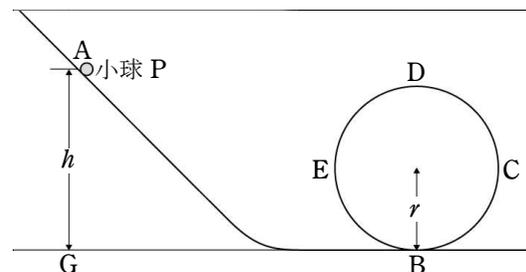


図1

(1) 最初に点 B を通過するときの小球 P の速さ v_B を g, h を用いて表せ。

その後、小球 P はレールにそって点 C, D, E を通過して運動し、再び、点 B に到達した。次の(2)~(4)について、 m, g, h, r のうち必要な記号を用いて答えよ。

(2) ループの最高点 D における小球 P の速さ v_D を求めよ。

(3) 点 D において、小球 P がレールから受ける垂直抗力の大きさ N_D を求めよ。

(4) 小球 P がレールから離れずにループを1周するための h の最小値 h_1 を求めよ。

次に $h < h_1$ の場合の小球 P の運動を考える。そのとき、図2のように小球 P は点 F において、レールから離れ、放物運動を行ったとする。そのとき、 $\angle FOC$ のなす角を θ とする ($0^\circ < \theta < 90^\circ$)。小球 P がレールから離れた後はレールとは衝突せず、そのまま放物運動を続けるものとする。次の(5)~(7)について、 g, r, θ のうち必要な記号を用いて答えよ。

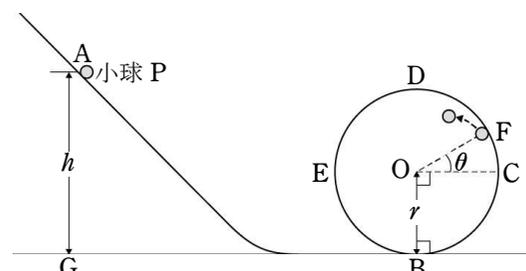


図2

(5) 小球 P が点 C に到達するための h の最小値 h_2 を求めよ。

(6) レールから離れる点 F における小球 P の速さ v_F を求めよ。

(7) このとき、点 A の高さは $h = h_F$ であった。高さ h_F を求めよ。ただし、 $h_1 > h_F > h_2$ である。

図2において、 $\theta = 30^\circ$ であった。
 小球Pが点Fを離れた瞬間を時刻 $t=0$ とし、その後の時刻 t における小球Pの運動について考える。
 次の(8)~(9)について、 g, r, t のうち必要な記号を用いて答えよ。

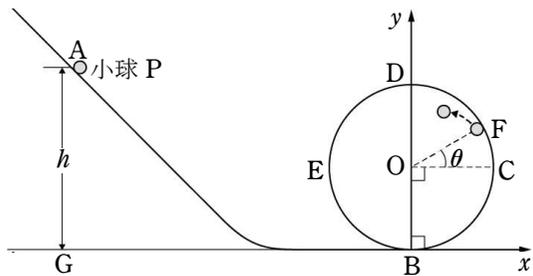


図3

(8) 図3のように点Bを原点とし、水平方向を x 軸(図3の右向きを正とする)、鉛直方向を y 軸(図3の上向きを正とする)とする。小球Pが点Fを離れた後の時刻 t における小球Pの x 座標と y 座標を求めよ。

(9) $t=T$ において $x=0$ となった。このときの時刻 T と小球Pの y 座標を求めよ。