

1.

空所を埋め、問いに答えよ。

[A] 図1のように、なめらかな水平面上を質量 m_1 の物体 A と質量 m_2 の物体 B が、それぞれ一定速度 v_1 と v_2 で運動している。物体 A

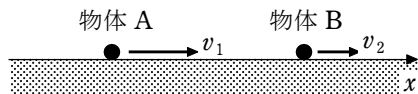


図1

が、同一直線上を運動している物体 B に衝突した。図に示すように、運動方向に x 軸をとり右向きを正とする。物体 A, B は、ともに衝突後も x 軸上を運動すると考える。衝突により物体 A と物体 B の速度は変化し、それぞれ v_1' と v_2' になった。衝突前後で両物体の運動量の和が保存するので、次式が成り立つ。

$$\boxed{\text{ア}} = m_1 v_1' + m_2 v_2' \quad \dots\dots ①$$

また、反発係数 (はねかえり係数) e は衝突前後の相対速度で決まり、

$$e = -\frac{v_1' - v_2'}{\boxed{\text{イ}}} \quad \dots\dots ②$$

となる。反発係数が $e=1$ の場合を弾性衝突とよぶ。弾性衝突の場合、式①と式②を連立させて解くと、衝突後の速度 v_1' と v_2' は次の式で与えられる。

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2} \quad \dots\dots ③$$

$$v_2' = \frac{2m_1 v_1 - (m_1 - m_2)v_2}{m_1 + m_2} \quad \dots\dots ④$$

[B] 以下では、図2のような両端が垂直な壁となっているなめらかな水平面上の2つの小球の運動を考える。壁と壁との距離は $2L$ である。

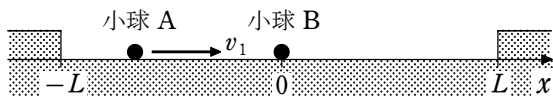


図2

る。小球の運動方向に x 軸をとり、壁と壁の midpoint を $x=0$ とし、右向きを正とする。小球 A, B (それぞれ質量 m_1, m_2) は、ともに衝突後も x 軸上を運動するものとする。壁は床に固定されており、静止したままである。壁と小球との衝突も小球どうしの衝突も、弾性衝突と考える。衝突にかかる時間はいずれも無視できるとする。また、空気抵抗は無視する。

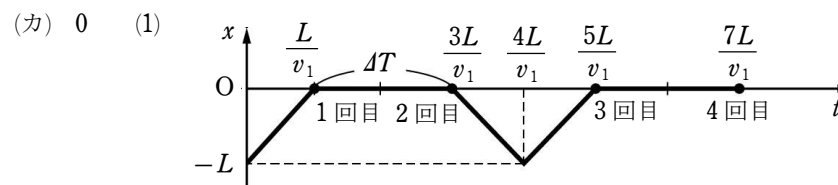
小球 A, B の質量が等しく $m_1 = m_2 = m$ の場合を考える。力を加えた結果、時刻 $t=0$ に小球 A は $x = -L$ から x 軸の正の向きに一定速度 v_1 で動きだした。この小球は時刻 $T_c = \boxed{\text{ウ}}$ に原点 ($x=0$) に静止していた小球 B に衝突した。式③と式④をもとに考えると、この場合の衝突直後の小球 A の速度 V_1 と小球 B の速度 V_2 はそれぞれ、 $V_1 = \boxed{\text{エ}}$ 、 $V_2 = \boxed{\text{オ}}$ となる。その後、小球は壁ではねかえり、 $x = \boxed{\text{カ}}$ で小球どうしが2回目の衝突をした。

(1) 小球 A の位置 x を、時刻 $t=0$ から小球どうしの4回目の衝突の時刻までグラフに示せ。

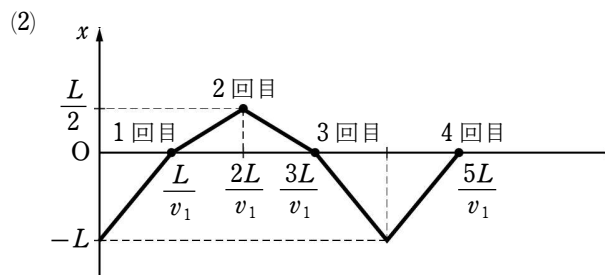
次に、小球 A の質量が $m_1 = 3m$ で、小球 B の質量が $m_2 = m$ の場合を考える。上と同様、時刻 $t=0$ に $x = -L$ から x 軸の正の向きに一定速度 v_1 で動きだした小球 A は、時刻 T_c に原点 ($x=0$) に静止していた小球 B に衝突した。衝突直後の小球 A の速度 U_1 と小球 B の速度 U_2 はそれぞれ $U_1 = \boxed{\text{キ}}$ 、 $U_2 = \boxed{\text{ク}}$ となる。その後、小球は壁ではねかえり、時刻 $t = \boxed{\text{ケ}}$ に $x = \boxed{\text{コ}}$ で、小球どうしが2回目の衝突をした。さらに時刻 $t = \boxed{\text{サ}}$ には $x = \boxed{\text{シ}}$ で小球どうしが3回目の衝突をした。

(2) 小球 A の位置 x を、時刻 $t=0$ から小球どうしの4回目の衝突の時刻までグラフに示せ。

[解答] [A] (ア) $m_1 v_1 + m_2 v_2$ (イ) $v_1 - v_2$ [B] (ウ) $\frac{L}{v_1}$ (エ) 0 (オ) v_1



(キ) $\frac{v_1}{2}$ (ク) $\frac{3}{2}v_1$ (ケ) $\frac{2L}{v_1}$ (コ) $\frac{L}{2}$ (サ) $\frac{3L}{v_1}$ (シ) 0



2.

図1, 2のように, 床から高さ A の位置で, 質量 m の小さなボールを水平に速さ V で投げた。ボールがちょうど入る大きさのかごが, 投げた場所から水平距離 B , 床から高さ C の位置にある。ただし, $C < A$ であり, ボールはかごの上面からのみ入るものとする。ボールと床の間の反発係数 (はねかえり係数) は e ($0 < e < 1$) で, 床は水平でなめらかとする。図中の P と Q はボールの軌道を表す。

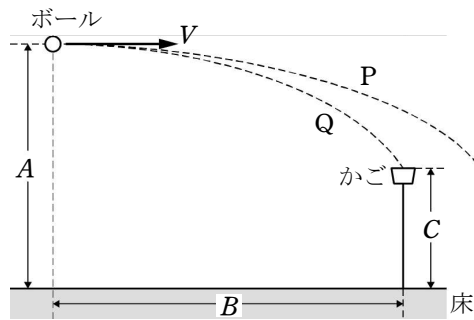


図1

重力加速度の大きさが g で, ボールの回転や空気抵抗は無視できるものとして, 次の問いに答えよ。

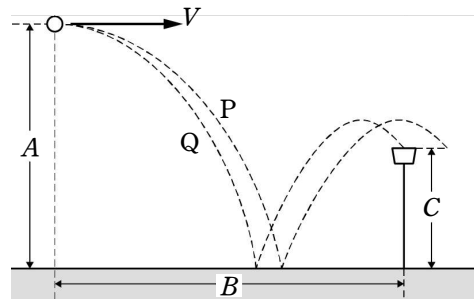


図2

- (1) 図1において, 投げたボールが P の軌道を通り, かごの真上を通過した。ボールを投げてからかごの真上に達するまでの時間と, このときのボールの床からの高さを求めよ。
- (2) 図1において, ボールが Q の軌道を通り, 直接かごに入った。このときの V を求めよ。
- (3) 図2において, 投げたボールが P の軌道を通って床に当たり, はねかえった。ボールを投げてから床に当たるまでの時間と, はねかえった直後のボールの鉛直方向の速さを求めよ。
- (4) 図2において, ボールが Q の軌道を通り, 床に1回はねかえってからかごに入った。ボールがかごに入るための e の値の範囲と, このときの V を求めよ。

【解答】 (1) 時間: $\frac{B}{V}$ 高さ: $A - \frac{gB^2}{2V^2}$ (2) $B\sqrt{\frac{g}{2(A-C)}}$

(3) 時間: $\sqrt{\frac{2A}{g}}$ 速さ: $e\sqrt{2gA}$

(4) 範囲: $\sqrt{\frac{C}{A}} < e < 1$ $V: \sqrt{\frac{g}{2}} \frac{B}{(1+e)\sqrt{A} + \sqrt{e^2A-C}}$