

1.

空所を埋め、問いに答えよ。

[A] 図1のように、なめらかな水平面上を質量  $m_1$  の物体 A と質量  $m_2$  の物体 B が、それぞれ一定速度  $v_1$  と  $v_2$  で運動している。物体 A

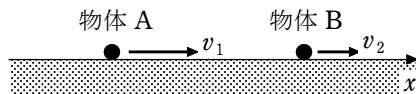


図1

が、同一直線上を運動している物体 B に衝突した。図に示すように、運動方向に  $x$  軸をとり右向きを正とする。物体 A, B は、ともに衝突後も  $x$  軸上を運動すると考える。衝突により物体 A と物体 B の速度は変化し、それぞれ  $v_1'$  と  $v_2'$  になった。衝突前後で両物体の運動量の和が保存するので、次式が成りたつ。

$$\boxed{\text{ア}} = m_1 v_1' + m_2 v_2' \quad \dots\dots ①$$

また、反発係数 (はねかえり係数)  $e$  は衝突前後の相対速度で決まり、

$$e = -\frac{v_1' - v_2'}{\boxed{\text{イ}}} \quad \dots\dots ②$$

となる。反発係数が  $e=1$  の場合を弾性衝突とよぶ。弾性衝突の場合、式①と式②を連立させて解くと、衝突後の速度  $v_1'$  と  $v_2'$  は次の式で与えられる。

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2} \quad \dots\dots ③$$

$$v_2' = \frac{2m_1 v_1 - (m_1 - m_2)v_2}{m_1 + m_2} \quad \dots\dots ④$$

[B] 以下では、図2のような両端が垂直な壁となっているなめらかな水平面上の2つの小球の運動を考える。壁と壁との距離は  $2L$  である。

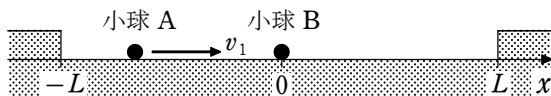


図2

る。小球の運動方向に  $x$  軸をとり、壁と壁の中点を  $x=0$  とし、右向きを正とする。小球 A, B (それぞれ質量  $m_1, m_2$ ) は、ともに衝突後も  $x$  軸上を運動するものとする。壁は床に固定されており、静止したままである。壁と小球との衝突も小球どうしの衝突も、弾性衝突と考える。衝突にかかる時間はいずれも無視できるとする。また、空気抵抗は無視する。

小球 A, B の質量が等しく  $m_1 = m_2 = m$  の場合を考える。力を加えた結果、時刻  $t=0$  に小球 A は  $x = -L$  から  $x$  軸の正の向きに一定速度  $v_1$  で動きだした。この小球は時刻  $T_c = \boxed{\text{ウ}}$  に原点 ( $x=0$ ) に静止していた小球 B に衝突した。式③と式④をもとに考えると、この場合の衝突直後の小球 A の速度  $V_1$  と小球 B の速度  $V_2$  はそれぞれ、 $V_1 = \boxed{\text{エ}}$ 、 $V_2 = \boxed{\text{オ}}$  となる。その後、小球は壁ではねかえり、 $x = \boxed{\text{カ}}$  で小球どうしが2回目の衝突をした。

(1) 小球 A の位置  $x$  を、時刻  $t=0$  から小球どうしの4回目の衝突の時刻までグラフに示せ。

次に、小球 A の質量が  $m_1 = 3m$  で、小球 B の質量が  $m_2 = m$  の場合を考える。上と同様、時刻  $t=0$  に  $x = -L$  から  $x$  軸の正の向きに一定速度  $v_1$  で動きだした小球 A は、時刻  $T_c$  に原点 ( $x=0$ ) に静止していた小球 B に衝突した。衝突直後の小球 A の速度  $U_1$  と小球 B の速度  $U_2$  はそれぞれ  $U_1 = \boxed{\text{キ}}$ 、 $U_2 = \boxed{\text{ク}}$  となる。その後、小球は壁ではねかえり、時刻  $t = \boxed{\text{ケ}}$  に  $x = \boxed{\text{コ}}$  で、小球どうしが2回目の衝突をした。さらに時刻  $t = \boxed{\text{サ}}$  には  $x = \boxed{\text{シ}}$  で小球どうしが3回目の衝突をした。

(2) 小球 A の位置  $x$  を、時刻  $t=0$  から小球どうしの4回目の衝突の時刻までグラフに示せ。

2.

図1, 2のように, 床から高さ  $A$  の位置で, 質量  $m$  の小さなボールを水平に速さ  $V$  で投げた。ボールがちょうど入る大きさのかごが, 投げた場所から水平距離  $B$ , 床から高さ  $C$  の位置にある。ただし,  $C < A$  であり, ボールはかごの上面からのみ入るものとする。ボールと床の間の反発係数 (はねかえり係数) は  $e$  ( $0 < e < 1$ ) で, 床は水平でなめらかとする。図中の  $P$  と  $Q$  はボールの軌道を表す。

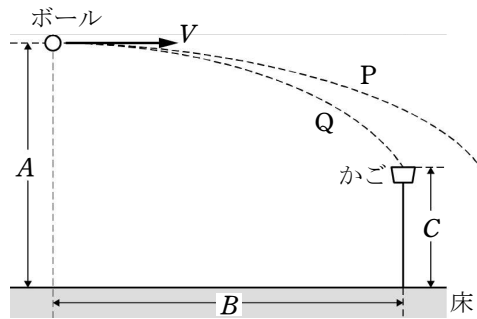


図1

重力加速度の大きさが  $g$  で, ボールの回転や空気抵抗は無視できるものとして, 次の問いに答えよ。

(1) 図1において, 投げたボールが  $P$  の軌道を通り, かごの真上を通過した。ボールを投げてからかごの真上に達するまでの時間と, このときのボールの床からの高さを求めよ。

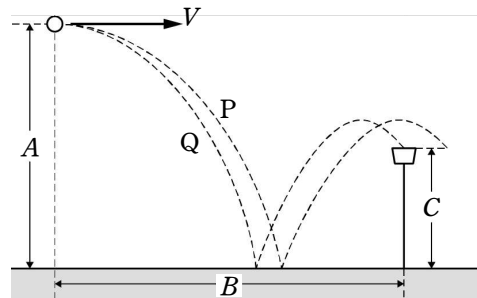


図2

(2) 図1において, ボールが  $Q$  の軌道を通り, 直接かごに入った。このときの  $V$  を求めよ。

(3) 図2において, 投げたボールが  $P$  の軌道を通って床に当たり, はねかえった。ボールを投げてから床に当たるまでの時間と, はねかえった直後のボールの鉛直方向の速さを求めよ。

(4) 図2において, ボールが  $Q$  の軌道を通り, 床に1回はねかえってからかごに入った。ボールがかごに入るための  $e$  の値の範囲と, このときの  $V$  を求めよ。