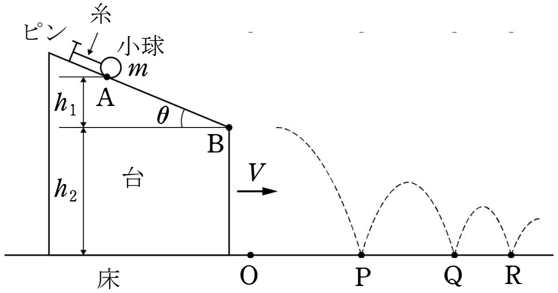
1．

図のように，水平でなめらかな床の上で，台を左から右へ一定の速度で移動させている。台の上面はなめらかな斜面になっており，小球はピンと糸を用いて斜面上につるされ，斜面上の点 A で台に対して静止している。斜面の右端の点 B が床上の点 O の真上に達したときに小球は糸からはずれ，そのあと斜面を転がることなくすべり落ち，点 B から飛び出した。飛び出した小球は，床上の点 P で床に衝突してはねかえり，ふたたび床上の点 Q で床に衝突してはねかえり，さらに床上の点 R で床に衝突してはねかえった。なお，小球が糸につるされている時から点 R で床に衝突するまでの間，台の速度は常に一定である。



小球の質量を m〔kg〕，台の速さを V〔m/s〕，斜面の傾斜角を θ〔rad〕，点 B から点 A までの高さを h_1〔m〕，床から点 B までの高さを h_2〔m〕，小球と床の間の反発係数を e，重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とする。小球と床の間に摩擦はないものとし，小球にはたらく空気抵抗は無視できるものとする。次の問いに答えよ。答えには，m，V，θ，h_1，h_2，e，g のうちの必要な記号を用いよ。

(1)　小球が点 A から点 B まですべり落ちる間に台が移動する距離を求めよ。

(2)　小球が点 B を飛び出す瞬間の台に対する小球の速度を $\overrightarrow{v_1'}$〔m/s〕とする。

(a)　$\overrightarrow{v_1'}$ の水平方向成分を求めよ。ただし，図の右向きを正とする。

(b)　$\overrightarrow{v_1'}$ の鉛直方向成分を求めよ。ただし，鉛直下向きを正とする。

(3)　小球が点 P で床に衝突する直前の床に対する小球の速度を $\overrightarrow{v_2}$〔m/s〕とする。

(a)　$\overrightarrow{v_2}$ の水平方向成分を求めよ。ただし，図の右向きを正とする。

(b)　$\overrightarrow{v_2}$ の鉛直方向成分を求めよ。ただし，鉛直下向きを正とする。

(4)　PQ 間の水平距離を求めよ。

(5)　小球が点 P から点 Q まで運動する間の最高点の床からの高さ H〔m〕を求めよ。

(6)　小球が点 Q から点 R まで運動する間の最高点の床からの高さは (5) の H の何倍か求めよ。

解答　(1)　$V\sqrt{\dfrac{2h_1}{g\sin^2\theta}}$〔m〕

(2)　(a)　$\sqrt{2gh_1}\cos\theta$〔m/s〕　　(b)　$\sqrt{2gh_1}\sin\theta$〔m/s〕

(3)　(a)　$\sqrt{2gh_1}\cos\theta+V$〔m/s〕　　(b)　$\sqrt{2g(h_2+h_1\sin^2\theta)}$〔m/s〕

(4)　$2e(\sqrt{2gh_1}\cos\theta+V)\sqrt{\dfrac{2(h_2+h_1\sin^2\theta)}{g}}$〔m〕

(5)　$e^2(h_2+h_1\sin^2\theta)$〔m〕　　(6)　e^2 倍

解説

(1)　小球が点 A から点 B まですべり落ちる時間を t_1〔s〕とする。小球は斜面にそって加速度 $g\sin\theta$ ですべり落ちるので等加速度直線運動の式「$x=v_0t+\dfrac{1}{2}at^2$」より

$$\frac{h_1}{\sin\theta}=\frac{1}{2}g\sin\theta\cdot t_1{}^2$$

よって　$t_1=\sqrt{\dfrac{2h_1}{g\sin^2\theta}}$

求める距離を x とすると等速直線運動の式「$x=vt$」より

$$x=V\cdot t_1=V\sqrt{\frac{2h_1}{g\sin^2\theta}}\text{〔m〕}$$

参考　小球は運動する台上をすべり落ちるが，台は等速直線運動しているので，静止した台上での運動と同様に考えてよい。

(2)　(a)　等加速度直線運動の式「$v=v_0+at$」より斜面にそった小球の速さは

$$v_1'=g\sin\theta\cdot t_1=g\sin\theta\sqrt{\frac{2h_1}{g\sin^2\theta}}=\sqrt{2gh_1}$$

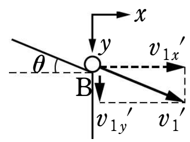


図 a

$\overrightarrow{v_1'}$ の水平方向成分を v_{1x}' とすると (図 a)

$$v_{1x}'=v_1'\cos\theta=\sqrt{2gh_1}\cos\theta\text{〔m/s〕}$$

(b)　$\overrightarrow{v_1'}$ の鉛直方向成分を v_{1y}' とすると

$$v_{1y}'=v_1'\sin\theta=\sqrt{2gh_1}\sin\theta\text{〔m/s〕}$$

(3)　(a)　小球は水平方向に V〔m/s〕で運動する台より飛び出すので，床に対しては $\overrightarrow{v_{1x}'}+\overrightarrow{V}$ で飛び出すことになる。$\overrightarrow{v_2}$ の水平方向成分を v_{2x} とする。水平方向には等速直線運動を続けるので

$$v_{2x}=v_{1x}'+V=\sqrt{2gh_1}\cos\theta+V\text{〔m/s〕}$$

(b)　$\overrightarrow{v_2}$ の鉛直方向成分を v_{2y} とすると，等加速度直線運動の式「$v^2-v_0{}^2=2ax$」より

$$v_{2y}{}^2-v_{1y}'^2=2gh_2$$

$$v_{2y}{}^2 = 2gh_2 + v_{1y}{}'^2 = 2gh_2 + 2gh_1\sin^2\theta$$

よって　$v_{2y} = \sqrt{2g(h_2 + h_1\sin^2\theta)}$〔m/s〕

(4)　小球が点 P で衝突した直後の速度の鉛直方向成分を v_{2y}' とすると，床との反発係数の式「$e = -\dfrac{v'}{v}$」より

$$v_{2y}' = -ev_{2y} = -e\sqrt{2g(h_2 + h_1\sin^2\theta)}$$

小球が点 P から点 Q まで運動する時間を t_2，PQ 間の水平距離を L とする (図b)。また点 Q での衝突直前の速度の鉛直方向成分を v_{3y} とすると

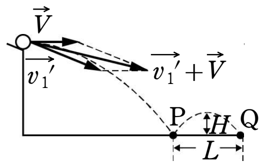


図 b

$$v_{3y} = -v_{2y}' = ev_{2y}$$

PQ 間において等加速度直線運動の式「$v = v_0 + at$」より

$$v_{3y} = v_{2y}' + gt_2$$

$$-v_{2y}' = v_{2y}' + gt_2$$

よって　$t_2 = -\dfrac{2v_{2y}'}{g} = \dfrac{2ev_{2y}}{g} = \dfrac{2e\sqrt{2g(h_2 + h_1\sin^2\theta)}}{g}$

$$= 2e\sqrt{\frac{2(h_2 + h_1\sin^2\theta)}{g}}\text{〔s〕}$$

速度の水平成分は P での衝突前後で変わらず，PQ 間でも v_{2x} である。

よって「$x = vt$」より　$L = v_{2x}t_2 = 2e(\sqrt{2gh_1}\cos\theta + V)\sqrt{\dfrac{2(h_2 + h_1\sin^2\theta)}{g}}$〔m〕

(5)　鉛直上向きを正とする。最高点では速度の鉛直方向成分が 0 になるので「$v^2 - v_0{}^2 = 2ax$」より　$0 - |v_{2y}'|^2 = 2 \times (-g) \times H$

よって　$H = \dfrac{|v_{2y}'|^2}{2g} = \dfrac{e^2 \times 2g(h_2 + h_1\sin^2\theta)}{2g} = e^2(h_2 + h_1\sin^2\theta)$〔m〕

(6)　小球の点 Q での衝突直後の速度の鉛直方向成分を v_{3y}' とすると床での反発の式「$v_y' = -ev_y$」より (図 c)

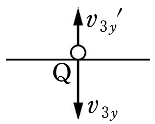


図 c

$$|v_{3y}'| = e|v_{3y}| = e \times e\sqrt{2g(h_2 + h_1\sin^2\theta)}$$

点 Q から点 R まで運動する間の最高点を H'〔m〕とすると (5) と同様に　$0 - |v_{3y}'|^2 = 2 \times (-g) \times H'$

よって　$H' = \dfrac{|v_{3y}'|^2}{2g} = \dfrac{e^2 \times e^2 \times 2g(h_2 + h_1\sin^2\theta)}{2g} = e^2H$

ゆえに　$\dfrac{H'}{H} = e^2$ 倍

２．

辺 AB の長さが d でこれに垂直な辺 BC の長さが $2d$ の，長方形の平面 ABCD を底面とする直方体の内壁面をもつ箱が，底面が水平となるように固定されている。この箱の内部にある質量 m の小球 1 と質量 $4m$ の小球 2 の，平面 ABCD 上における運動を考える。小球 1 と小球 2 の間の反発係数 (はねかえり係数) を e で表し，これは $\frac{1}{4}<e\leqq 1$ を満たすとする。また，箱の内壁面に対する小球 1 と小球 2 の反発係数はそれぞれ e と $\frac{e}{2}$ であるとする。2 つの小球の大きさはどちらも長さ d に比べて無視できるほど小さく，どちらの小球も質点として扱う。また，これらの小球の表面に生じる摩擦の影響はすべて無視できるものとする。

まず，小球 1 だけの運動を考える。図 1 のように辺 AB の中点 P に小球 1 を置き，平面 ABCD 上で辺 AB と θ の角をなす向きに，大きさが v の初速度を与えたところ，小球 1 は平面 ABCD から一度も離れることなく運動した。

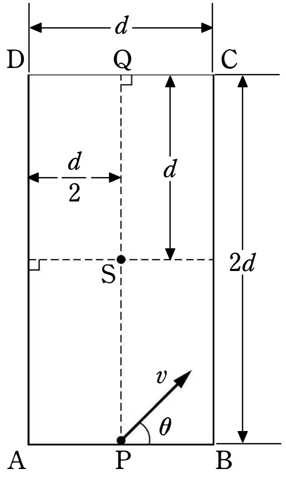


図 1

(1)　$\theta=90^\circ$ の場合，点 P を出発した小球 1 は，対向する辺 CD の中点 Q で最初に壁面に衝突した。この衝突直後の小球 1 の速さ v_Q を求めよ。

(2)　(1) において点 Q で壁面に衝突した小球 1 は，そこで一度だけはねかえされた後に，出発点 P にもどってきた。小球 1 が点 P を出発してから再び点 P にもどるまでの時間 T_Q を，d，e，v を用いて書き表せ。

(3)　一方，$0<\tan\theta<4$ を満たす θ の場合には，点 P を出発した小球 1 は，辺 BC 上の点 R で最初に壁面に衝突した。この衝突直後の小球の速さ v_R を，e，θ，v を用いて書き表せ。

(4)　(3) において点 R で壁面に衝突した小球 1 は，そこで一度だけはねかえされた後に，長方形 ABCD の中心点 S を通過した。この場合の θ を θ_S としたとき，$\tan\theta_S$ を e のみを用いて書き表せ。

次に，小球 1 と小球 2 の運動を考える。点 S に小球 2 を静止させた状態で，これまでと同様に辺 AB の中点 P に小球 1 を置き，平面 ABCD 上で辺 AB と θ の角をなす向きに，大きさが v の初速度を小球 1 に与えた。

(5)　$\theta=90^\circ$ の場合，点 P を出発した小球 1 は，点 S で小球 2 と衝突してはねかえされ，壁面とは一度も衝突することなく点 P にもどってきた。小球 1 が点 P を出発してから再び点 P にもどるまでの時間 T_S を求めよ。

(6)　一方，(4) の角 θ_S の向きに初速度を与えた場合，点 P を出発した小球 1 は，辺 BC 上の点 R で壁面に衝突して一度だけはねかえされた後に，点 S で小球 2 と衝突した。小球 2 との衝突の後に，小球 1 は再び辺 BC 上の点 R で壁面に衝突して一度だけはねかえされてから，辺 AB 上の点 P′ に到達した。点 P と点 P′ の間の距離 $\overline{\mathrm{PP'}}$ を，d，e を用いて書き表せ。

(7)　(6) において小球 1 が点 S で小球 2 と衝突した後に，小球 2 は辺 AD 上の点で壁面に衝突して一度だけはねかえされてから，辺 CD 上の点 Q′ に到達した。点 Q と点 Q′ の間の距離 $\overline{\mathrm{QQ'}}$ を，d，e を用いて書き表せ。

再び小球 1 だけの運動を考える。ただし今度は，辺 AB と辺 CD をどちらも水平に保ったまま，図 2 のように辺 BC と辺 AD が水平面と 30° の角をなした状態で，辺 AB よりも辺 CD のほうが高くなるように箱が固定されている場合を考える。これまでと同様に，辺 AB の中点 P に小球 1 を置き，傾いた平面 ABCD 上で辺 AB と θ の角をなす向きに，大きさが v の初速度を与えたところ，小球 1 は平面 ABCD から一度も離れることなく運動した。ただし，鉛直下向きの重力加速度の大きさを g として，以下では $e=\frac{1}{3}$ とする。

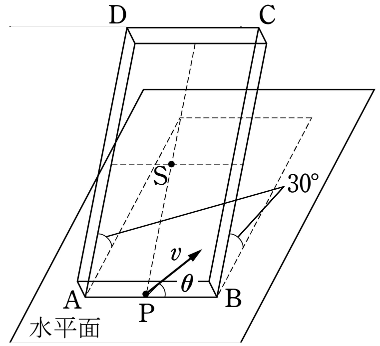


図 2

(8)　点 P を出発した小球 1 は，辺 BC 上の点 R′ で最初に壁面に衝突した。この衝突直後の小球 1 の速度の辺 BC にそった成分が，斜面下向きとならないための v の最小値 v_0 を求めよ。また，初速度の大きさが v_0 の場合に，点 B と点 R′ の間の距離 $\overline{\mathrm{BR'}}$ を，d，θ を用いて書き表せ。

(9)　辺 BC 上の点 R′ で最初に壁面に衝突した小球 1 は，そこで一度だけはねかえされた後に点 S を通過した。この場合の v を v_1 としたとき，v_1 を，d，θ，g を用いて書き表せ。

(10)　(9) において点 R′ から点 S への小球 1 の運動の軌跡は，上に凸の放物線の一部となる。点 S がこの放物線の頂点となる場合に，出発点 P における小球 1 の運動エネルギー K を求めよ。

解答　(1)　ev　(2)　$\frac{2d}{v}\left(1+\frac{1}{e}\right)$　(3)　$v\sqrt{\sin^2\theta+e^2\cos^2\theta}$　(4)　$\frac{2e}{1+e}$

(5)　$\frac{d}{v}\frac{4(e+1)}{4e-1}$　(6)　$\frac{d}{2}(1-e^2)$　(7)　$\frac{d}{2}\left(1-\frac{e^2}{2}\right)$

(8)　v_0：$\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{gd}{\sin\theta\cos\theta}}$　　$\overline{\mathrm{BR}'}$：$\dfrac{d}{4}\tan\theta$　　(9)　$\dfrac{1}{\cos\theta}\sqrt{\dfrac{gd}{2\tan\theta-1}}$

(10)　mgd

解説

(1)　速さ v で壁と衝突する。「$e=-\dfrac{v'}{v}$」より，進む向きを考慮して

$$e=-\frac{-v_{\mathrm{Q}}}{v}\quad\text{よって}\quad v_{\mathrm{Q}}=ev$$

(2)　点 P から点 Q までの速さは v，点 Q から点 P にもどるまでの速さは v_{Q} である。等速直線運動の式「$x=vt$」より

$$T_{\mathrm{Q}}=\frac{2d}{v}+\frac{2d}{v_{\mathrm{Q}}}=2d\left(\frac{1}{v}+\frac{1}{ev}\right)=\frac{2d}{v}\left(1+\frac{1}{e}\right)$$

(3)　壁はなめらかなので，辺 BC に平行な速度成分 $v\sin\theta$ は，衝突の前後で変化しない (図 a)。衝突前の垂直な成分は $v\cos\theta$ である。衝突後は，(1) と同様にして，$ev\cos\theta$ となるから

$$v_{\mathrm{R}}=\sqrt{(v\sin\theta)^2+(ev\cos\theta)^2}$$
$$=v\sqrt{\sin^2\theta+e^2\cos^2\theta}$$

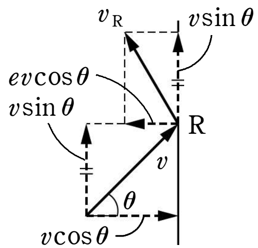


図 a

(4)　点 P から点 R をへて，点 S に達するまでに要する時間を t とする。AB 方向の運動から

$$t=\frac{\frac{d}{2}}{v\cos\theta_{\mathrm{S}}}+\frac{\frac{d}{2}}{ev\cos\theta_{\mathrm{S}}}\quad\cdots\cdots①$$

この時間に BC 方向に d だけ進むから

$$d=v\sin\theta_{\mathrm{S}}\cdot t$$

① 式を代入して

$$d=v\sin\theta_{\mathrm{S}}\cdot\left(\frac{\frac{d}{2}}{v\cos\theta_{\mathrm{S}}}+\frac{\frac{d}{2}}{ev\cos\theta_{\mathrm{S}}}\right)$$
$$=\frac{d\tan\theta_{\mathrm{S}}}{2}\left(1+\frac{1}{e}\right)$$

よって　$\tan\theta_{\mathrm{S}}=\dfrac{2e}{1+e}$

(5)　2 球の衝突後の小球 1，2 の速度をそれぞれ v_1，V_1 とする。進行方向はともに PQ 上である。運動量保存則と反発係数の式から

$$mv=mv_1+4mV_1\quad\cdots\cdots②$$

$$e=-\frac{v_1-V_1}{v-0}\quad\cdots\cdots③$$

③ 式より　$V_1=v_1+ev$

これを ② 式に代入して，整理すると

$$v=v_1+4(v_1+ev)$$

よって　$v_1=\dfrac{1-4e}{5}v$

なお $\dfrac{1}{4}<e\leqq 1$ であるので，ここで求めた v_1 は負である。つまり，速さは

$$|v_1|=\frac{4e-1}{5}v$$

となる。求める時間 T_{S} は

$$T_{\mathrm{S}}=\frac{d}{v}+\frac{d}{|v_1|}=\frac{d}{v}+\frac{d}{\frac{4e-1}{5}v}$$
$$=\frac{d}{v}\left(1+\frac{5}{4e-1}\right)=\frac{d}{v}\frac{4(e+1)}{4e-1}$$

(6)　点 P を出発して，点 R をへて点 S で小球 2 と衝突し，再び点 R で壁と衝突して点 P′ に達する経路は図 b のようになる。ここで，点 R での初めの衝突後の経路の向きを角度 θ_1 で示し，2 度目の衝突後の経路の向きを角度 θ_2 で示す。図 b より

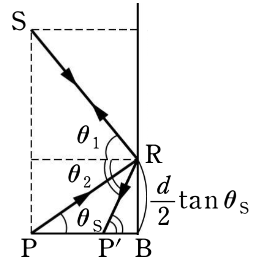


図 b

$$\overline{\mathrm{P'B}}=\frac{\overline{\mathrm{BR}}}{\tan\theta_2}\quad\cdots\cdots④$$

となる。$\overline{\mathrm{BR}}$ は

$$\overline{\mathrm{BR}}=\overline{\mathrm{PB}}\tan\theta_{\mathrm{S}}=\frac{d}{2}\tan\theta_{\mathrm{S}}\quad\cdots\cdots⑤$$

である。初めの点 R での衝突後の速度の成分は，(3) より $(-ev\cos\theta_{\mathrm{S}},\ v\sin\theta_{\mathrm{S}})$ となるから

$$\tan\theta_1=\frac{v\sin\theta_{\mathrm{S}}}{ev\cos\theta_{\mathrm{S}}}=\frac{\tan\theta_{\mathrm{S}}}{e}\quad\cdots\cdots⑥$$

同様にして，θ_2 を考える。小球 2 との衝突後の小球 1 の速さ v_1 を用いて，2 度目の点 R との衝突後の速度の成分は $(-ev_1\cos\theta_1,\ -v_1\sin\theta_1)$ であるから

$$\tan\theta_2=\frac{v_1\sin\theta_1}{ev_1\cos\theta_1}=\frac{\tan\theta_1}{e}\quad\cdots\cdots⑦$$

となる。④〜⑦式より

$$\overline{\mathrm{P'B}}=\frac{d}{2}\cdot\frac{\tan\theta_\mathrm{S}}{\tan\theta_2}=\frac{d}{2}\cdot\frac{e}{\tan\theta_1}\tan\theta_\mathrm{S}$$

$$=\frac{d}{2}\cdot\frac{e^2}{\tan\theta_\mathrm{S}}\tan\theta_\mathrm{S}=\frac{e^2d}{2}$$

よって　$\overline{\mathrm{PP'}}=\frac{d}{2}-\frac{e^2d}{2}=\boldsymbol{\frac{d}{2}(1-e^2)}$

(7)　小球 1 が小球 2 に衝突するまでと，小球 2 の経路を図 c に示す。小球 1 との衝突後の小球 2 の速さを V_2 とする。小球 2 の辺 DA との衝突で，壁に対して垂直な成分は，$V_2\cos\theta_1$ から $\frac{e}{2}V_2\cos\theta_1$ に変化する。よって

$$\tan\theta_3=\frac{V_2\sin\theta_1}{\frac{e}{2}V_2\cos\theta_1}=\frac{2}{e}\tan\theta_1$$

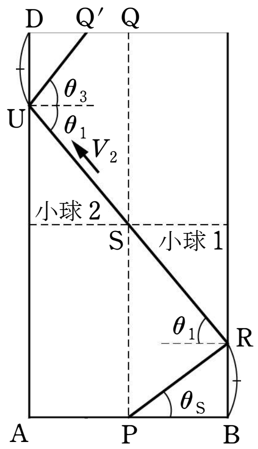


図 c

また，図 c より　$\tan\theta_3=\frac{\overline{\mathrm{DU}}}{\overline{\mathrm{DQ'}}}$

$\overline{\mathrm{DU}}=\overline{\mathrm{BR}}$ であることも利用して

$$\overline{\mathrm{DQ'}}=\frac{\overline{\mathrm{DU}}}{\tan\theta_3}=\frac{\overline{\mathrm{BR}}}{\tan\theta_3}=\frac{d}{2}\tan\theta_\mathrm{S}\cdot\frac{1}{\tan\theta_3}$$

$$=\frac{d}{2}\tan\theta_\mathrm{S}\frac{e}{2\tan\theta_1}$$

$$=\frac{d}{2}\tan\theta_\mathrm{S}\frac{e^2}{2\tan\theta_\mathrm{S}}=\frac{e^2d}{4}$$

よって

$$\overline{\mathrm{QQ'}}=\frac{d}{2}-\overline{\mathrm{DQ'}}=\frac{d}{2}-\frac{e^2}{4}d=\boldsymbol{\frac{d}{2}\left(1-\frac{e^2}{2}\right)}$$

(8)　図 d のように，平面 ABCD 上で重力の成分は，辺 BC に平行に $mg\sin30^\circ$ となるので，重力による加速度は

$$g\sin30^\circ=\frac{1}{2}g$$

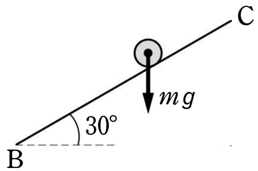


図 d

となる。点 P を出発してから辺 BC に達するまでの時間を T とすると，等速直線運動の式「$x=vt$」より

$$v\cos\theta\cdot T=\frac{d}{2}\quad よって\quad T=\frac{d}{2v\cos\theta}$$

BC 方向の速度の成分は，等加速度直線運動の式「$v=v_0+at$」より

$$v\sin\theta-\frac{1}{2}gT=v\sin\theta-\frac{1}{2}g\cdot\frac{d}{2v\cos\theta}$$

$$=v\sin\theta-\frac{gd}{4v\cos\theta}$$

これが 0 以上となるので

$$v\sin\theta-\frac{gd}{4v\cos\theta}\geqq0$$

整理して　$4v^2\sin\theta\cos\theta\geqq gd$

よって　$v^2\geqq\frac{gd}{4\sin\theta\cos\theta}$

$v>0$ より　$v\geqq\frac{1}{2}\sqrt{\frac{gd}{\sin\theta\cos\theta}}$

ゆえに，最小値 v_0 は　$\boldsymbol{v_0=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{gd}{\sin\theta\cos\theta}}}$

最小値 v_0 のとき，点 R′ では辺 BC に垂直に達する。したがって，$\overline{\mathrm{BR'}}$ は，等加速度直線運動の式「$v^2-{v_0}^2=2ax$」より

$$0^2-{v_0}^2\sin^2\theta=2\left(-\frac{g}{2}\right)\overline{\mathrm{BR'}}$$

$$\overline{\mathrm{BR'}}=\frac{1}{4}\frac{gd}{\sin\theta\cos\theta}\frac{\sin^2\theta}{g}=\boldsymbol{\frac{d}{4}\tan\theta}$$

(9)　点 R′ での衝突で，辺 BC に平行な速度の成分は影響を受けない。点 P から点 R′ をへて点 S に達するまでの時間を T' とすると，等加速度直線運動の式「$x=v_0t+\frac{1}{2}at^2$」より

$$v_1\sin\theta\cdot T'+\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}g\right)T'^2=d\quad\cdots\cdots⑧$$

ここで，T' は，① 式の $e=\frac{1}{3}$ の場合だから

$$T'=\frac{\frac{d}{2}}{v_1\cos\theta}+\frac{\frac{3d}{2}}{v_1\cos\theta}=\frac{2d}{v_1\cos\theta}\quad\cdots\cdots⑨$$

⑧ 式に代入して

$$v_1\sin\theta\frac{2d}{v_1\cos\theta}-\frac{g}{4}\left(\frac{2d}{v_1\cos\theta}\right)^2=d$$

整理して　$\dfrac{gd}{v_1{}^2\cos^2\theta}=2\tan\theta-1$

よって　$v_1=\boldsymbol{\dfrac{1}{\cos\theta}\sqrt{\dfrac{gd}{2\tan\theta-1}}}$

(10)　点 S が放物線の頂点になるには，そこで辺 BC に垂直な速度の成分が 0 になればよい。点 P から点 S に達するまでの時間は ⑨ 式だから，等加速度直線運動の式「$v=v_0+at$」より

$$0=v_1\sin\theta-\frac{1}{2}g\cdot\frac{2d}{v_1\cos\theta}$$

よって　$v_1=\sqrt{\dfrac{gd}{\sin\theta\cos\theta}}$

(9) より　$\sqrt{\dfrac{gd}{\sin\theta\cos\theta}}=\dfrac{1}{\cos\theta}\sqrt{\dfrac{gd}{2\tan\theta-1}}$

$$\frac{1}{\sin\theta\cos\theta}=\frac{1}{\cos^2\theta(2\tan\theta-1)}$$

$$\sin\theta\cos\theta=2\sin\theta\cos\theta-\cos^2\theta$$

よって　$\sin\theta=\cos\theta$

ゆえに　$\boldsymbol{\theta=45°}$

したがって　$v_1{}^2=\dfrac{gd}{\sin 45°\cos 45°}=2gd$

運動エネルギー「$K=\dfrac{1}{2}mv^2$」より

$$K=\frac{1}{2}mv_1{}^2=\boldsymbol{mgd}$$