1．

無重力で真空の宇宙空間を，質量 m_1 の機体に質量 m_2 の燃料を積んだロケットが速さ v_0 で進んでいる。

(1)　ロケットは質量 m_2 の全燃料を燃焼させて，燃料のガスを機体に対する速さ u で後方に一気に噴射させた。その結果，機体の速さが v_0 から v に加速された。ただし，u は速さ v の機体に対する速さである。このとき，v を v_0，u，m_1，m_2 を用いて表せ。

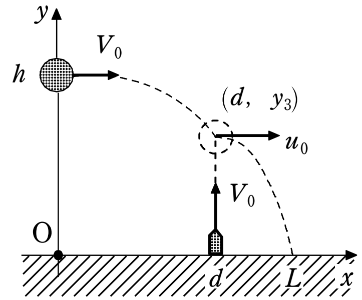
(2)　その後，ロケットは宇宙空間に静止した質量 M の小惑星に衝突した。ロケットは貫通することなく小惑星の内部にとどまり，小惑星は回転することなく速さ V で動きだした。その速さ V を M，m_1，v を用いて表せ。

(3)　ロケットは，衝突の間に一定の力 F を受け，距離 L だけ小惑星にめり込んだ。力 F を m_1，M，v，L を用いて表せ。

解答　(1)　$v_0+\dfrac{m_2}{m_1+m_2}u$　　(2)　$\dfrac{m_1}{m_1+M}v$　　(3)　$\dfrac{m_1Mv^2}{2(m_1+M)L}$

2．

図のように，水平面をなす地表から高さ h〔m〕の所より，質量 M〔kg〕の物体が時刻 $t=0$ s において速さ V_0〔m/s〕で水平に投げだされた。一方，地上から質量 m〔kg〕の弾丸が速さ V_0 で，物体の発射と同時に鉛直上向きに発射された。その後，弾丸は物体に命中し，一体となった。重力加速度の大きさを g〔m/s²〕とする。また，$V_0>\sqrt{gh}$ とする。物体および弾丸の大きさを考えないものとし，空気の抵抗を無視する。物体の最初の位置を通る鉛直線と地表の交点を原点 O とし，物体の初速度の方向を x 軸，鉛直上向きを y 軸とする。



弾丸が物体に命中するまでの間について，次の問いに答えよ。

(1)　時刻 t での，物体の位置の座標 $(x_1,\ y_1)$〔m〕を記せ。

(2)　弾丸は座標 $(d,\ 0)$〔m〕から発射されるものとする。時刻 t での，弾丸の位置の座標を $(d,\ y_2)$〔m〕とする。y_2 を記せ。

弾丸が物体に命中した時刻を t_3〔s〕とする。命中直後，一体となった物体の速度の方向は水平になった。次の問いには，g，h，M，V_0 のみを用いて答えよ。

(3)　t_3 および d を求めよ。弾丸が物体に命中したときの，物体と弾丸の座標を $(d,\ y_3)$〔m〕とする。y_3 を求めよ。

(4)　弾丸が物体に命中する直前の，物体と弾丸のそれぞれの速度の x 成分と y 成分を求めよ。

(5)　弾丸が物体に命中した直後の物体の速度の x 成分 u_0〔m/s〕と，m を求めよ。

(6)　命中後，物体は運動を続け，地上に落下した。落下点の座標を $(L,\ 0)$〔m〕とする。L を求めよ。

解答　(1)　$\left(V_0t,\ h-\dfrac{1}{2}gt^2\right)$〔m〕　　(2)　$V_0t-\dfrac{1}{2}gt^2$〔m〕

(3)　$t_3=\dfrac{h}{V_0}$〔s〕，$d=h$〔m〕，$y_3=\dfrac{(2V_0{}^2-gh)h}{2V_0{}^2}$〔m〕

(4)　物体　x 成分：V_0〔m/s〕，y 成分：$-\dfrac{gh}{V_0}$〔m/s〕

弾丸　x 成分：0 m/s，y 成分：$\dfrac{V_0{}^2-gh}{V_0}$〔m/s〕

(5) $m = \dfrac{Mgh}{{V_0}^2 - gh}$ 〔kg〕, $u_0 = \dfrac{{V_0}^2 - gh}{V_0}$ 〔m/s〕

(6) $\dfrac{{V_0}^2 - gh}{{V_0}^2}\sqrt{\dfrac{(2{V_0}^2 - gh)h}{g}} + h$ 〔m〕