

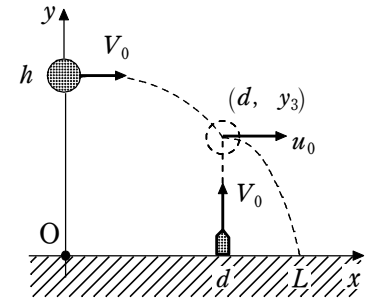
1.

無重力で真空の宇宙空間を、質量  $m_1$  の機体に質量  $m_2$  の燃料を積んだロケットが速さ  $v_0$  で進んでいる。

- (1) ロケットは質量  $m_2$  の全燃料を燃焼させて、燃料のガスを機体に対する速さ  $u$  で後方に一気に噴射させた。その結果、機体の速さが  $v_0$  から  $v$  に加速された。ただし、 $u$  は速さ  $v$  の機体に対する速さである。このとき、 $v$  を  $v_0, u, m_1, m_2$  を用いて表せ。
- (2) その後、ロケットは宇宙空間に静止した質量  $M$  の小惑星に衝突した。ロケットは貫通することなく小惑星の内部にとどまり、小惑星は回転することなく速さ  $V$  で動きだした。その速さ  $V$  を  $M, m_1, v$  を用いて表せ。
- (3) ロケットは、衝突の間に一定の力  $F$  を受け、距離  $L$  だけ小惑星にめり込んだ。力  $F$  を  $m_1, M, v, L$  を用いて表せ。

2.

図のように、水平面をなす地表から高さ  $h$  [m] の所より、質量  $M$  [kg] の物体が時刻  $t=0$  s において速さ  $V_0$  [m/s] で水平に投げだされた。一方、地上から質量  $m$  [kg] の弾丸が速さ  $V_0$  で、物体の発射と同時に鉛直上向きに発射された。その後、弾丸は物体に命中し、一体となった。重力加速度の大きさを  $g$  [m/s<sup>2</sup>] とする。また、 $V_0 > \sqrt{gh}$  とする。物体および弾丸の大きさを考えないものとし、空気の抵抗を無視する。物体の最初の位置を通る鉛直線と地表の交点を原点  $O$  とし、物体の初速度の方向を  $x$  軸、鉛直上向きを  $y$  軸とする。



弾丸が物体に命中するまでの間について、次の問いに答えよ。

- (1) 時刻  $t$  での、物体の位置の座標  $(x_1, y_1)$  [m] を記せ。
- (2) 弾丸は座標  $(d, 0)$  [m] から発射されるものとする。時刻  $t$  での、弾丸の位置の座標を  $(d, y_2)$  [m] とする。  $y_2$  を記せ。  
弾丸が物体に命中した時刻を  $t_3$  [s] とする。命中直後、一体となった物体の速度の方向は水平になった。次の問いには、 $g, h, M, V_0$  のみを用いて答えよ。
- (3)  $t_3$  および  $d$  を求めよ。弾丸が物体に命中したときの、物体と弾丸の座標を  $(d, y_3)$  [m] とする。  $y_3$  を求めよ。
- (4) 弾丸が物体に命中する直前の、物体と弾丸のそれぞれの速度の  $x$  成分と  $y$  成分を求めよ。
- (5) 弾丸が物体に命中した直後の物体の速度の  $x$  成分  $u_0$  [m/s] と、  $m$  を求めよ。
- (6) 命中後、物体は運動を続け、地上に落下した。落下点の座標を  $(L, 0)$  [m] とする。  $L$  を求めよ。