1．

図1のように，レールの上を水平に移動できる質量 M の台車に質量 m の小球が長さ L の軽い糸でつるされており，鉛直下向きに重力がはたらいている。重力加速度の大きさを g とする。糸は伸び縮みせず，また，台車とレールの摩擦は無視できるものとする。台車の重心は支点Sにあるものとする。初めに，台車と小球は静止しており，糸は図1のように大きさの無視できる固定されたくぎによりレールを含む鉛直面内で曲げられている。このとき糸は台車の支点Sからくぎまでは鉛直で，くぎから小球までは鉛直に対して角度 δ となっている。支点Sからくぎまでの距離を $\frac{1}{2}L$ とする。

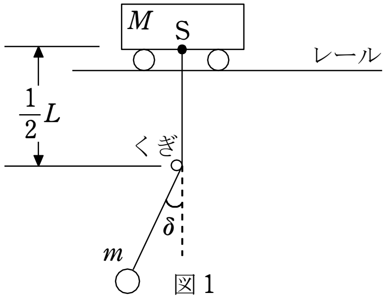


図1

$\boxed{\text{ア}}$〜$\boxed{\text{イ}}$ は M，m，L，g，δ の中から，$\boxed{\text{ウ}}$〜$\boxed{\text{キ}}$ $\boxed{\text{コ}}$ は M，m，L，g，v の中から，$\boxed{\text{ク}}$ $\boxed{\text{ケ}}$ は M，m，L，g，v，θ の中から必要なものを用いて解答せよ。ただし，v は $\boxed{\text{ア}}$ で求めた小球の速さを表すものとする。

(1)　小球を静かにはなすと，小球は右側に動き始め，小球が最下点に達したのち，台車も動きだした。小球が最下点に達した直後の小球の速さは $\boxed{\text{ア}}$，糸の張力の大きさは $\boxed{\text{イ}}$ である。

(2)　その後，図2のように小球は最下点からさらに右側に振れ，鉛直からの振れ角 θ が最大となった。このときの台車の速さは $\boxed{\text{ウ}}$，振れ角の余弦 $\cos\theta$ は $\boxed{\text{エ}}$ である。

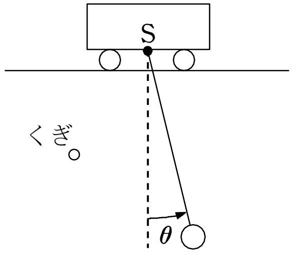


図2

(3)　その後，小球の振れ角は減少し，再び小球が最下点に達した。このときの台車の速さは $\boxed{\text{オ}}$，小球の速さは $\boxed{\text{カ}}$ である。

(4)　その後，糸は再びくぎに触れることなく，台車と小球は運動を続けた。このときの台車と小球からなる物体系の重心の水平方向の速さは $\boxed{\text{キ}}$ で一定となる。

(5)　その後の運動は，小球の鉛直からの振れ角 θ が十分小さいとき，台車と小球からなる物体系の重心からみると，台車と小球が単振動するとみなせる。台車の質量と小球の質量が等しい場合，重心からみた支点Sの水平方向の位置は $\boxed{\text{ク}}$，重心からみた小球の水平方向の位置は $\boxed{\text{ケ}}$ である。ただし，それぞれの水平方向の位置は右向きを正とする。また，θ は反時計回りを正とし，$\sin\theta \fallingdotseq \theta$ と近似できるものとする。この振動の周期は $\boxed{\text{コ}}$ と表される。

解答　(1)　(ア)　$\sqrt{gL(1-\cos\delta)}$　　(イ)　$mg(2-\cos\delta)$

(2)　(ウ)　$\dfrac{m}{M+m}v$　　(エ)　$1-\dfrac{Mv^2}{2(M+m)gL}$

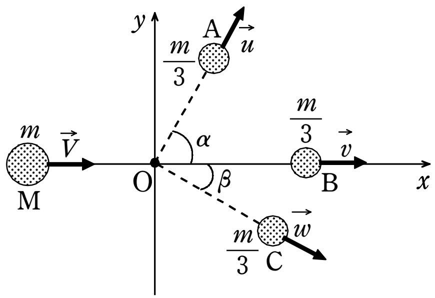
(3)　(オ)　$\dfrac{2m}{M+m}v$　　(カ)　$\dfrac{|m-M|}{M+m}v$

(4)　(キ)　$\dfrac{m}{M+m}v$

(5)　(ク)　$-\dfrac{1}{2}L\theta$　　(ケ)　$\dfrac{1}{2}L\theta$　　(コ)　$2\pi\sqrt{\dfrac{L}{2g}}\left(=\pi\sqrt{\dfrac{2L}{g}}\right)$

２．

図のように，x 軸の正の向きに速度 $\vec{V}$ で進んできた質量 m の物体 M が，内部にある少量の火薬の爆発によって，点 O で質量 $\dfrac{m}{3}$ の 3 つの物体 A，B，C に分裂した。その後，物体 A，B，C は x-y 平面内を進んだ。物体 B は初めの進行方向と同じ向きに進み，物体 A，C は図のように x 軸の正の向きとなす角度 α，β の向きにそれぞれ進んだ。分裂直後の物体 A，B，C の速度はそれぞれ $\vec{u}$，$\vec{v}$，$\vec{w}$ であった。物体 M，A，B，C の速さをそれぞれ V，u，v，w とし，次の問いに答えよ。



(1)　物体 M の速度 $\vec{V}$ を物体 A，B，C の速度 $\vec{u}$，$\vec{v}$，$\vec{w}$ を用いて表せ。

(2)　速さ u を w，α，β を用いて表せ。

(3)　角度 α が 60°，β が 30° の場合について，速さ u と w の比 $\dfrac{u}{w}$ を求めよ。

(4)　角度 α と β が等しくなる場合について，速さ v を，V，u，α を用いて表せ。

分裂前の物体 M のもつ運動エネルギーは E であった。x-y 平面内を運動する物体 A，B，C の全運動エネルギーには，火薬の爆発によって新たに $2E$ の運動エネルギーが加わったとする。$\alpha=\beta$ となる場合を考え，次の問いに答えよ。

(5)　物体 M のもっていた運動エネルギー E を，m，u，v を用いて表せ。

ここで，$\alpha=\beta=60°$ となる場合を考える。

(6)　速さ u，v，w を，それぞれ，V を用いて表せ。

(7)　物体 A，B，C の運動エネルギー E_A，E_B，E_C を，E を用いて表せ。

解答　(1)　$\dfrac{\vec{u}+\vec{v}+\vec{w}}{3}$　(2)　$\dfrac{\sin\beta}{\sin\alpha}w$　(3)　$\dfrac{1}{\sqrt{3}}$　(4)　$3V-2u\cos\alpha$

(5)　$\dfrac{m(2u^2+v^2)}{18}$　(6)　u：$2V$，v：V，w：$2V$

(7)　E_A：$\dfrac{4}{3}E$，E_B：$\dfrac{1}{3}E$，E_C：$\dfrac{4}{3}E$