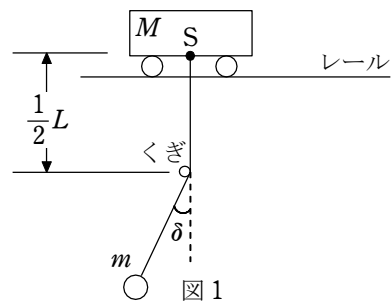


1.

図1のように、レールの上を水平に移動できる質量 M の台車に質量 m の小球が長さ L の軽い糸でつるされており、鉛直下向きに重力がはたしている。重力加速度の大きさを g とする。糸は伸び縮みせず、また、台車とレールの摩擦は無視できるものとする。台車の重心は支点 S にあるものとする。初めに、台車と小球は静止しており、糸は図1のように大きさの無視できる



固定されたくぎによりレールを含む鉛直面内で曲げられている。このとき糸は台車の支点 S からくぎまでは鉛直で、くぎから小球までは鉛直に対して角度 δ となっている。支点 S からくぎまでの距離を $\frac{1}{2}L$ とする。

ア～イ は M, m, L, g, δ の中から、ウ～キ コ は M, m, L, g, v の中から、ク ケ は M, m, L, g, v, θ の中から必要なものを用いて解答せよ。ただし、 v はア で求めた小球の速さを表すものとする。

(1) 小球を静かにはなすと、小球は右側に動き始め、小球が最下点に達したのち、台車も動きだした。小球が最下点に達した直後の小球の速さはア, 糸の張力の大きさはイである。

(2) その後、図2のように小球は最下点からさらに右側に振れ、鉛直からの振れ角 θ が最大となった。このときの台車の速さはウ, 振れ角の余弦 $\cos\theta$ はエである。

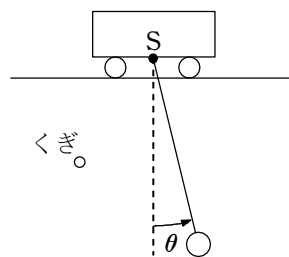


図2

(3) その後、小球の振れ角は減少し、再び小球が最下点に達した。このときの台車の速さはオ, 小球の速さはカである。

(4) その後、糸は再びくぎに触れることなく、台車と小球は運動を続けた。このときの台車と小球からなる物体系の重心の水平方向の速さはキで一定となる。

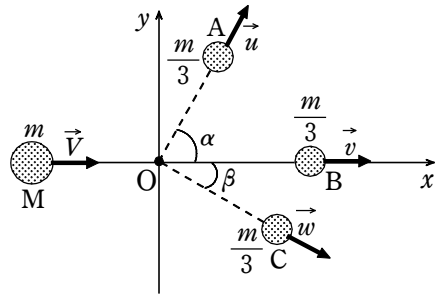
(5) その後の運動は、小球の鉛直からの振れ角 θ が十分小さいとき、台車と小球からなる物体系の重心からみると、台車と小球が単振動するとみなせる。台車の質量と小球の質量が等しい場合、重心からみた支点 S の水平方向の位置はク, 重心からみた小球の水平方向の位置はケである。ただし、それぞれの水平方向の位置は右向

きを正とする。また、 θ は反時計回りを正とし、 $\sin\theta \approx \theta$ と近似できるものとする。

この振動の周期は コ と表される。

2.

図のように、 x 軸の正の向きに速度 \vec{V} で進んできた質量 m の物体 M が、内部にある少量の火薬の爆発によって、点 O で質量 $\frac{m}{3}$ の3つの物体 A, B, C に分裂した。その後、物体 A, B, C は x - y 平面内を進んだ。物体 B は初めの進行方向と同じ向きに進み、物体 A, C は図のように x 軸の正の向きと



なす角度 α, β の向きにそれぞれ進んだ。分裂直後の物体 A, B, C の速度はそれぞれ $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ であった。物体 M, A, B, C の速さをそれぞれ V, u, v, w とし、次の問いに答えよ。

- (1) 物体 M の速度 \vec{V} を物体 A, B, C の速度 $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ を用いて表せ。
- (2) 速さ u を w, α, β を用いて表せ。
- (3) 角度 α が 60° , β が 30° の場合について、速さ u と w の比 $\frac{u}{w}$ を求めよ。
- (4) 角度 α と β が等しくなる場合について、速さ v を、 V, u, α を用いて表せ。

分裂前の物体 M のもつ運動エネルギーは E であった。 x - y 平面内を運動する物体 A, B, C の全運動エネルギーには、火薬の爆発によって新たに $2E$ の運動エネルギーが加わったとする。 $\alpha = \beta$ となる場合を考え、次の問いに答えよ。

- (5) 物体 M のもっていた運動エネルギー E を、 m, u, v を用いて表せ。
ここで、 $\alpha = \beta = 60^\circ$ となる場合を考える。
- (6) 速さ u, v, w を、それぞれ、 V を用いて表せ。
- (7) 物体 A, B, C の運動エネルギー E_A, E_B, E_C を、 E を用いて表せ。