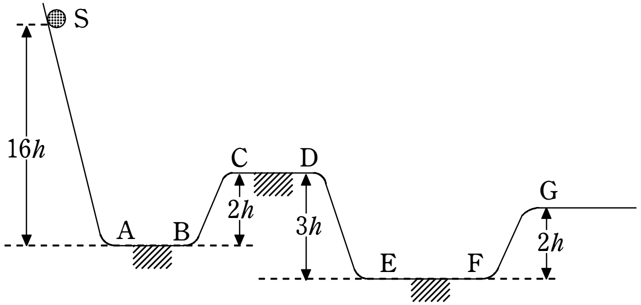
1．

図のような，なめらかな斜面と 4 つの水平面とからなるコースがある。



質量 m〔kg〕の小球を，最初の水平面から $16\,h$〔m〕の高さの地点 S から静かにすべらせた。このとき，小球はコースから離れることなく斜線部を通過する。斜線部を通過した後の速さは，通過する前の速さの $\dfrac{1}{N}$ になるとして，次の問いに答えよ。ただし，g〔m/s^2〕を重力加速度の大きさ，N，h をそれぞれある正の定数とする。

(1)　最初の水平面を基準にした小球の S での位置エネルギーを求めよ。

(2)　地点 G に達するために，小球が地点 F でもつ必要のある最小の運動エネルギーを求めよ。

(3)　$N=1$ のとき

(a)　地点 A での小球の運動エネルギーを求めよ。

(b)　地点 G での小球の運動エネルギーを求めよ。

(4)　$N=2$ のとき

(a)　地点 B での小球の運動エネルギーを求めよ。

(b)　地点 D での小球の速さを求めよ。

(c)　小球は地点 G に達するか，達しないか。また，達しない場合は，F からどの高さまで達するか。その高さを h で表せ。

(5)　小球が地点 G に達するために N が満たす条件式を求めよ。

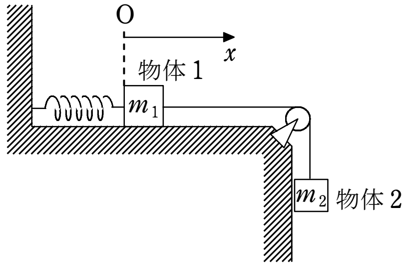
解答　(1)　$16mgh$〔J〕　(2)　$2mgh$〔J〕　(3) (a)　$16mgh$〔J〕　(b)　$15mgh$〔J〕

(4) (a)　$4mgh$〔J〕　(b)　$\sqrt{gh}$〔m/s〕　(c)　地点 G に達しない，$\dfrac{7}{8}h$〔m〕

(5)　$\dfrac{16}{N^6}-\dfrac{2}{N^4}+\dfrac{3}{N^2}-2\geqq 0$

2．

次の文章の $\boxed{\text{ア}}$ から $\boxed{\text{ク}}$ の中に適切な数式を入れよ。また，$\boxed{\text{a}}$ には適切なグラフを，$\boxed{\text{b}}$ には運動のようすを簡単に記述せよ。



図のように，2 つの物体が摩擦のない滑車を使って，ばね定数 k〔N/m〕のばねに接続されている。質量 m_1〔kg〕の物体 1 はなめらかで水平な台上にあり，質量 m_2〔kg〕の物体 2 は糸につながれ，鉛直につり下げられている。水平右向きに x 軸をとり，ばねが自然の長さのときの物体 1 の左端を x 軸の原点とする。また，重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とする。ただし，滑車とばね，および糸の質量は無視できるとする。

(1)　ばねが自然の長さの状態から，物体 1 を静かにはなしたところ，ばねが伸び，物体 1 は水平右向きに，物体 2 は鉛直下向きに動きだした。物体 1 の左端が x〔m〕の位置にあるとき，糸の張力の大きさを T〔N〕，物体 1 の加速度を右向きを正にとって a〔m/s^2〕とすると，物体 1 の運動方程式は $m_1a=\boxed{\text{ア}}$ となる。また，このときの物体 2 の運動方程式は $m_2a=\boxed{\text{イ}}$ となる。以上から，物体 1 と物体 2 の加速度は，T を使わずに表すと $a=\boxed{\text{ウ}}$〔m/s^2〕となる。

(2)　(1) で鉛直下向きに動きだした物体 2 は，やがて最下点に達した。このときのばねの伸び h〔m〕を力学的エネルギー保存則から求めよう。物体 1 は水平方向に運動するので，物体 1 の重力による位置エネルギーは変化しない。ばねが自然の長さにあるとき，物体 1 と物体 2 の重力による位置エネルギーの和を 0 J にとる。ばねが x〔m〕伸びたとき，2 つの物体の速さを v〔m/s〕，運動エネルギーの和を K〔J〕とすると，$K=\boxed{\text{エ}}$〔J〕となる。また，2 つの物体の重力による位置エネルギーの和は $\boxed{\text{オ}}$〔J〕，ばねのもつ弾性エネルギーは $\boxed{\text{カ}}$〔J〕となる。力学的エネルギー保存則から，3 つのエネルギーの和はばねが自然の長さのときの力学的エネルギーと等しい。この関係から，物体 2 が最下点に達したときのばねの伸びは $h=\boxed{\text{キ}}$〔m〕と求められる。

2 つの物体が動きだしてから物体 2 が最下点に到達するまでの間に，K はばねの伸びに対して $\boxed{\text{a}}$ のように変化する（ただし，K の最大値を K_0〔J〕とする）。その後，物体 2 は上昇と下降をくり返す。物体 1 と物体 2 の運動は単振動であり，その周期は $\boxed{\text{ク}}$〔s〕となる。物体 2 が最高点に達したときに糸を切断したところ，物体 1 は

$\boxed{\text{b}}$。

解答 (1) (ア) $T-kx$ (イ) m_2g-T

(ウ) $-\dfrac{kx-m_2g}{m_1+m_2}$

(2) (エ) $\dfrac{1}{2}(m_1+m_2)v^2$ (オ) $-m_2gx$

(カ) $\dfrac{1}{2}kx^2$ (キ) $\dfrac{2m_2g}{k}$

(a) 右図 (ク) $2\pi\sqrt{\dfrac{m_1+m_2}{k}}$

(b) 左端が原点の位置で静止し続ける