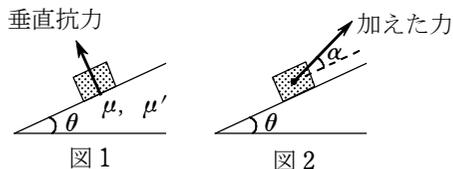


1.

図1に示すように、水平面から θ だけ傾いた斜面上に、質量 m の物体を置いたが、すべり落ちなかった。ただし、静止摩擦係数を μ 、動摩擦係数を μ' とする。静止摩擦係数と動摩擦係数は、それぞれ、

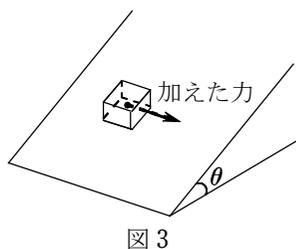


2物体がたがいに平らな面を接触させて相対的に運動をする際、動きはじめるるとき、動いているときに物体間にはたらく摩擦力の大きさの、2物体間の接触面に関する垂直抗力に対する比である。

- (1) 物体が斜面から受ける垂直抗力を求めよ。重力加速度の大きさを g とする。
- (2) すべり落ちないために傾斜角 θ の満たすべき条件を書け。
- (3) 斜面に平行、上向きに力を加え、物体を引き上げようとした。しだいに力を強くしていったところ、あるところで物体が動きはじめた。そのときの力の大きさはいくらか。
- (4) 同様に斜面に平行、下向きに力を加え、物体を引き下げようとした。物体が動きはじめたときの力の大きさはいくらか。
- (5) 図2に示すように、物体の重心に上向きの力を加え、引き上げようとした。加えた力の方向と斜面とのなす角は α であった。物体が斜面にそって上向きに動きはじめたときの力の大きさはいくらか。ただし、この操作で、物体は斜面から浮き上がることはなかったものとする。

こんどは、図3に示すように、物体の重心に斜面の等高線に平行な横向きの力を加えた。このときの物体の斜面上の運動を調べよう。

- (6) 動きはじめたときの、加えた力の大きさはいくらか。
- (7) 上記(6)で動きはじめたときの力を物体の重心に加え続ける。物体が動きだした瞬間に摩擦係数が静止摩擦係数から動摩擦係数に変わるとして、物体の運動する方向はどうなるか。運動方向と等高線とのなす角の正接(タンジェント)の大きさを書け。
- (8) 加えた力をそのまま持続するとき、加えた瞬間から時間が t だけ経過した間に物体が斜面上を進んだ距離はいくらか。



解答 (1) $mg\cos\theta$ (2) $\tan\theta \leq \mu$ (3) $mg(\sin\theta + \mu\cos\theta)$

(4) $mg(\mu\cos\theta - \sin\theta)$ (5) $\frac{\sin\theta + \mu\cos\theta}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha} mg$

(6) $mg\sqrt{\mu^2\cos^2\theta - \sin^2\theta}$ (7) $\frac{\sin\theta}{\sqrt{\mu^2\cos^2\theta - \sin^2\theta}}$

(8) $\frac{1}{2}(\mu - \mu')g\cos\theta \cdot t^2$

2.

図1のように、平らな板に電磁石を取り付けた物体 A と、磁石に引きつけられる素材でできた平らな板 B が、水平な床の上に重ねて置いてある。A および B の質量はそれぞれ m および M とする。B は A よりも十分大きく、A は B の上から落ちずに運動する。また、

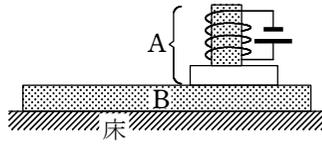


図1

電磁石に電流を流すと、A と B の間に鉛直方向に大きさ W ($W > 0$) の磁気力(引力)がはたらく。 W は電磁石に流れる電流の大きさを変えることにより変化させることができる。A と B との間、および B と床との間の静止摩擦係数はともに μ 、動摩擦係数とともに μ' である。

時刻 $t=0$ に B を静止させた状態で、A に水平方向に初速度 v を与え、A が床に対して静止するまでの間の、A と B の運動のようすを調べた。その結果、 W がある値 W_1 よりも大きい小さいかによって、次の2種類の運動が観測された。

運動 I : $W < W_1$ のとき、B は床に対して静止したまま、A のみが B の上を運動して、ある時間の後に静止した。

運動 II : $W > W_1$ のとき、A が運動を始めた直後に B も床に対して運動を始めた。

その後、A と B の速度差 Δv は、時間の経過とともに小さくなり、 $t=t_1$ のときに $\Delta v=0$ になった。 $t=t_1$ 以降、A と B は $\Delta v=0$ の状態で運動し、 $t=t_2$ のときに床に対して静止した。

いずれの場合も、A と B が運動する方向は、常に A の初速度の方向と平行であり、A も B も回転することはなかった。

重力加速度の大きさを g とし、空気による抵抗は無視できるものとして、以下の問いに答えよ。ただし、電磁石は B に対してのみ引力を及ぼし、床に対しては力を及ぼさないものとする。

- (1) B が A に及ぼす垂直抗力 N_1 、および床が B に及ぼす垂直抗力 N_2 を、 m 、 M 、 g 、 W を用いて表せ。
- (2) 運動 I の場合に、A が床に対して静止するまでに移動する距離 l を、 v 、 W 、 m 、 μ' 、 g を用いて表せ。
- (3) W_1 を、 m 、 M 、 μ 、 μ' 、 g を用いて表せ。
- (4) 運動 II の場合の t_1 を、 v 、 W 、 M 、 m 、 μ' を用いて表せ。
- (5) 運動 II の場合の、 $t_1 < t < t_2$ における A の加速度 a (B の加速度と等しい) を、 μ' 、 g を用いて表せ。ただし、A に与える初速度の向きを正の向きにとるものとする。

(6) 図2は、A および B の床に対する速度と t の関係をグラフに表したものである。図中の破線 PS は W が W_1 よりわずかに小さくて運動 I が起こった場合の A の速度を表している。また実線 PQ および OQ は、 W が W_1 よりわずかに大きくて運動 II が起こった場合の $0 < t < t_1$ における A および B の速度をそれぞれ表している。

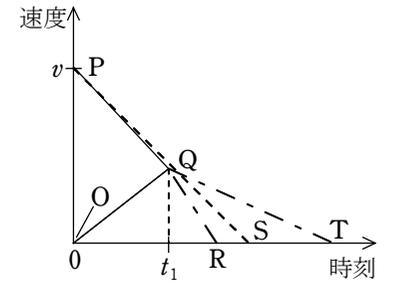


図2

- (a) 運動 II の場合の $t_1 < t < t_2$ における A の速度を正しく表しているのは、図中の一点鎖線 QR と QT のどちらか、理由をつけて答えよ。
- (b) A が運動を始めてから静止するまでに床に対して移動する距離は、運動 I と運動 II の場合でどちらが短い、理由をつけて答えよ。ただし、運動 I と運動 II の場合の W の差は非常に小さいので、 $0 < t < t_1$ における A の移動距離の差は無視できるものとする。図2の中の図形を指し示す必要がある場合には、図中の記号 O、P、Q、R、S、T を用いて、三角形 OPQ などと表すこと。

【解答】 (1) $N_1 = mg + W$, $N_2 = (m + M)g$ (2) $\frac{mv^2}{2\mu'(mg + W)}$

(3) $\frac{\mu}{\mu'}(m + M)g - mg$ (4) $\frac{Mmv}{\mu'(M + m)W}$ (5) $-\mu'g$

- (6) (a) 問題の図2の $v-t$ 図において、グラフの傾きは加速度を表す。PQ の傾きは(2)の結果より $a = -\mu' \left(g + \frac{W}{m} \right)$ であり、運動 II の場合の $t_1 < t < t_2$ における A の加速度は(5)の結果より $a' = -\mu'g$ なので、 t_1 以降に A の加速度の大きさ(傾きの大きさ)が小さくなる。したがって、A の速度を正しく表しているのは QT である。
- (b) 図2の $v-t$ 図の、グラフと時間軸で囲まれる面積は移動距離を表している。運動 I の移動距離は、三角形 OPS の面積に、運動 II の移動距離は、四角形 OPQT の面積にあたる。三角形 OPS よりも四角形 OPQT の面積のほうが大きい。したがって、移動距離が短いのは運動 I である。