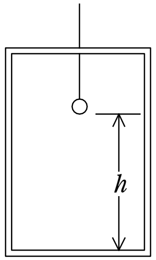
1．

図のように，箱をひもでつり下げ水平に静止させ，その上面に糸で小球を取りつけた。箱と小球の質量はそれぞれ $3m$，m であり，小球の箱の底からの高さは h である。重力加速度の大きさを g として，次の問いに答えよ。ただし，ひもと糸は同じ鉛直線上にあり，軽くて伸びないものとする。



(1)　箱をつり下げるひもの張力の大きさはいくらか。答えを次の解答群から１つ選べ。

①　$\dfrac{4}{3}mg$　②　$\dfrac{3}{2}mg$　③　$\dfrac{5}{2}mg$　④　$3mg$　⑤　$4mg$　⑥　$5mg$

次に，ひもを引く力を大きくして，ひもの張力の大きさを一定値 F にすると，箱は鉛直方向に等加速度で上昇した。

(2)　箱の加速度の大きさはいくらか。答えを次の解答群から１つ選べ。

①　$\dfrac{F}{4m}-g$　②　$\dfrac{F}{3m}-g$　③　$\dfrac{F}{2m}-g$　④　$\dfrac{F}{4m}$　⑤　$\dfrac{F}{3m}$

⑥　$\dfrac{F}{2m}$　⑦　$\dfrac{F}{4m}+g$　⑧　$\dfrac{F}{3m}+g$　⑨　$\dfrac{F}{2m}+g$

同じ大きさ F の力でひもを引きながら，糸を切ったところ，小球は箱の底に落下した。

(3)　糸を切ってから，小球が箱の底に落下するまでの時間はいくらか。答えを次の解答群から１つ選べ。

①　$\sqrt{\dfrac{3mh}{4F}}$　②　$\sqrt{\dfrac{3mh}{2F}}$　③　$\sqrt{\dfrac{3mh}{F}}$　④　$\sqrt{\dfrac{9mh}{2F}}$

⑤　$\sqrt{\dfrac{6mh}{F}}$　⑥　$\sqrt{\dfrac{12mh}{F}}$

(4)　小球が箱の底に落下する直前の箱に対する小球の相対速度の大きさはいくらか。答えを次の解答群から１つ選べ。

①　$\sqrt{\dfrac{Fh}{6m}}$　②　$\sqrt{\dfrac{Fh}{3m}}$　③　$\sqrt{\dfrac{2Fh}{3m}}$　④　$\sqrt{\dfrac{4Fh}{3m}}$　⑤　$\sqrt{\dfrac{3Fh}{2m}}$

⑥　$\sqrt{\dfrac{3Fh}{m}}$

解答　(1)　⑤　(2)　①　(3)　⑤　(4)　③

解説

(1)　箱と小球を一体と考えると，図 a のようにひもの下に質量 $4m$ の物体が静止しているので，ひもの張力の大きさを T とすると，力のつりあいの式は

$$T-4mg=0$$

よって　$T=4mg$　……⑤

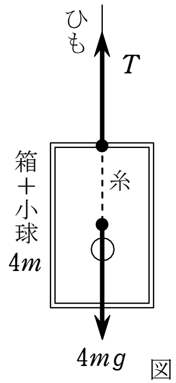


図 a

(2)　(1)と同様に箱と小球を一体とし，鉛直上向きを正の向きとして運動方程式を立てる。求める加速度の大きさを a_1 とすると

$$4ma_1=F-4mg$$

よって　$a_1=\dfrac{F}{4m}-g$　……①

(3)　糸を切ると，糸を通して小球から箱にかかる力がなくなるので，箱の加速度の大きさを a_2 として，箱について運動方程式を立てると

$$3ma_2=F-3mg$$

よって　$a_2=\dfrac{F}{3m}-g$

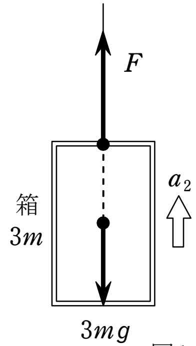


図 b

箱とともに加速度 a_2 で上昇する観測者から小球の運動を見ると，糸を切った瞬間の速度は 0 で，重力 mg と慣性力 ma_2 を下向きに受けて一定の加速度で落下するように見える。落下する加速度の大きさを g'，鉛直下向きを正として，小球の運動方程式を立てると

$$mg'=mg+ma_2$$

a_2 を代入すると

$$g'=g+\frac{F}{3m}-g=\frac{F}{3m}$$

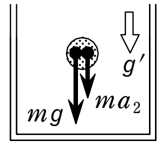


図 c

求める時間を t とすると，等加速度直線運動の式「$x=v_0t+\dfrac{1}{2}at^2$」より

$$h=0\cdot t+\frac{1}{2}g't^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{F}{3m}t^2$$

よって　$t=\sqrt{\dfrac{6mh}{F}}$　……⑤

別解　箱が加速度 a_2 で上昇することから，糸を切った瞬間の箱の速度を v_0，箱の底の位置を原点とすると，t 秒後の箱の底の位置 x_1 は「$x=v_0t+\dfrac{1}{2}at^2$」より

$$x_1=v_0t+\frac{1}{2}\left(\frac{F}{3m}-g\right)t^2$$

この間に小球は位置 h から初速度 v_0 で上向きに投げ出され，加速度 $-g$ で落下するので，t 秒後の小球の位置 x_2 は

$$x_2=h+v_0t+\frac{1}{2}(-g)t^2$$

x_1 と x_2 が一致したときに小球は箱の底に落ちるので

$$v_0t+\frac{1}{2}\left(\frac{F}{3m}-g\right)t^2=h+v_0t-\frac{1}{2}gt^2$$

整理すると

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{F}{3m}t^2=h$$

よって　$t=\sqrt{\dfrac{6mh}{F}}$　……⑤

(4)　(3) と同様に，箱とともに上昇する観測者から見る。求める速度を v とすると，等加速度直線運動の式「$v=v_0+at$」より

$$v=0+g't$$
$$=\frac{F}{3m}\times\sqrt{\frac{6mh}{F}}=\sqrt{\frac{2Fh}{3m}}\quad\cdots\cdots③$$

別解　糸を切った瞬間の箱の速度を v_0 とすると，t 秒後における箱の速度 v_1 は

$$v_1=v_0+a_2t=v_0+\left(\frac{F}{3m}-g\right)t$$

小球の速度 v_2 は

$$v_2=v_0-gt$$

よって箱に対する小球の相対速度は

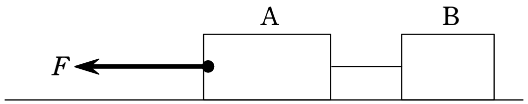
$$v_2-v_1=(v_0-gt)-\left\{v_0+\left(\frac{F}{3m}-g\right)t\right\}=-\frac{F}{3m}t$$

(3) の t を代入し，その大きさを求めると

$$|v_2-v_1|=\frac{F}{3m}\cdot\sqrt{\frac{6mh}{F}}=\sqrt{\frac{2Fh}{3m}}\quad\cdots\cdots③$$

2．

図のように，軽い糸でつながった，質量 M の物体 A と質量 m の物体 B が，なめらかな水平面上に置かれている。物体 A に一定の大きさ F の力を水平方向に加え，全体を等加速度運動させる。ただし，糸は水平であるものとする。



(1)　物体 A と物体 B をつなぐ糸の張力の大きさを表す式として正しいものを，次の ①～⑥ のうちから 1 つ選べ。$\boxed{1}$

①　$\dfrac{m}{M+m}F$　②　$\dfrac{M+m}{m}F$　③　$\dfrac{M+m}{M}F$

④　$\dfrac{M}{M+m}F$　⑤　$\dfrac{M}{m}F$　⑥　$\dfrac{m}{M}F$

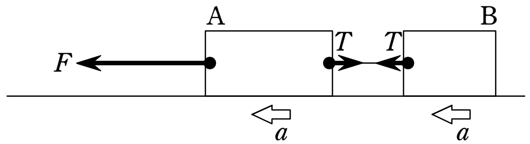
(2)　運動中のある時刻における物体 A と物体 B の運動エネルギー E_A と E_B の比 $\dfrac{E_A}{E_B}$ を表す式として正しいものを，次の ①～⑤ のうちから 1 つ選べ。$\dfrac{E_A}{E_B}=\boxed{2}$

①　1　②　$\dfrac{m}{M}$　③　$\dfrac{M}{m}$　④　$\dfrac{m^2}{M^2}$　⑤　$\dfrac{M^2}{m^2}$

解答　(1) ①　(2) ③

解説

(1) 2 物体の加速度を左向きに a，糸の張力の大きさを T とすると，水平方向にはたらく力は右図のようになる。



運動方程式は

A：$Ma=F-T$

B：$ma=T$

2 式より　$T=\dfrac{m}{M+m}F$

以上より，正しいものは　①。

(2) 物体 A と物体 B の速さが v であるとき，$E_A=\dfrac{1}{2}Mv^2$，$E_B=\dfrac{1}{2}mv^2$ なので

$$\frac{E_A}{E_B}=\frac{\frac{1}{2}Mv^2}{\frac{1}{2}mv^2}=\frac{M}{m}$$

以上より，正しいものは　③。