1.

次の文の $\boxed{\quad\quad}$ に入れるべき数式を記せ。なお，重力加速度の大きさを g とする。

〔実験 1〕 図 1 に示すように，天井に取りつけたなめらかな滑車 1 に軽い糸をかけ，その両端に軽い皿 A と皿 B を取りつける。皿 A には質量 m のおもり 2 個を重ねてのせ，皿 B には質量 m のおもりを 1 個のせ，2 つの皿を手で固定しこれらを静止させた。糸は伸びることなく，その質量は無視でき，滑車の質量と摩擦も無視できるものとする。このようにして，2 つの皿を静止させた状態では，皿 A に重ねてのせた 2 個のおもりの間にはたらく力の大きさは $\boxed{\text{ア}}$ となる。次に，2 つの皿 A と皿 B を支えていた手を静かにはなすと，2 個のおもりと皿 A，1 個のおもりと皿 B はそれぞれ一体になって運動を始めた。このときの 2 つの皿の加速度の大きさは $\boxed{\text{イ}}$ となる。2 つの皿をつなぐ糸の張力の大きさは $\boxed{\text{ウ}}$ となる。また，このとき皿 A に重ねてのせた 2 個のおもりの間にはたらく力の大きさは $\boxed{\text{エ}}$ となる。

〔実験 2〕 図 2 に示すように，実験 1 の滑車 1 を天井から取り外し，滑車 1 を，天井に取りつけた別のなめらかな滑車 2 にかけた軽い糸に取りつける。糸の他端に力を加えて滑車 1 を静止させ，実験 1 と同じように，皿 A には質量 m のおもり 2 個を重ねてのせ，皿 B には質量 m のおもりを 1 個のせる。2 つの皿を手で固定しこれらを静止させた状態から実験を開始するが，この実験では，滑車 1 を加速度の大きさ $\frac{1}{4}g$ で上方に引き上げる。引き上げると同時に，2 つの皿を支えていた手を静かにはなすと，2 個のおもりと皿 A，1 個のおもりと皿 B は，それぞれ一体になって運動を始めた。

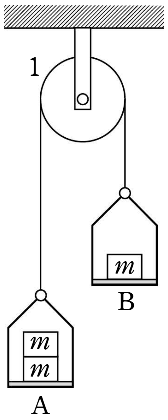

図 1

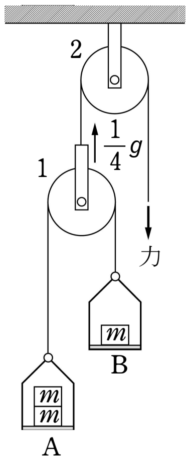

図 2

このとき，皿 A の加速度の大きさは $\boxed{\text{オ}}$ となる。皿 B の加速度の大きさは $\boxed{\text{カ}}$ となる。また，このとき皿 A に重ねてのせた 2 個のおもりの間にはたらく力の大きさは $\boxed{\text{キ}}$ となる。

解答 （ア） mg （イ） $\frac{g}{3}$ （ウ） $\frac{4}{3}mg$ （エ） $\frac{2}{3}mg$ （オ） $\frac{1}{6}g$

（カ） $\frac{2}{3}g$ （キ） $\frac{5}{6}mg$

解説

（ア） 皿 A にのせた上側のおもりが下側のおもりから受ける垂直抗力の大きさ N_1 を求めればよい。静止していることから，上側のおもりについて力のつりあいの式を立てて (図 a)

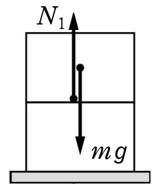

図 a

$$N_1 - mg = 0$$

よって $N_1 = \boldsymbol{mg}$

（イ） 皿 A が下降，皿 B が上昇する加速度の大きさを a，糸の張力の大きさを T とし，それぞれ進行方向を正の向きとして運動方程式を立てると (図 b)

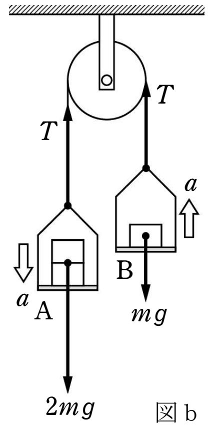

図 b

A : $2ma = 2mg - T$ ……①

B : $ma = T - mg$ ……②

①，② 式の辺々を加えると

$3ma = mg$ よって $a = \frac{\boldsymbol{g}}{\boldsymbol{3}}$

（ウ） ② 式に a を代入して

$$m \times \frac{g}{3} = T - mg$$

よって $T = \frac{4}{3}\boldsymbol{mg}$

（エ） 皿 A の上側のおもりについて下向きを正として運動方程式を立てると，求める力 N_2 は

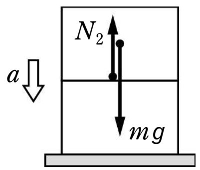

図 c

$$ma = mg - N_2$$

a を代入して

$$m \times \frac{g}{3} = mg - N_2$$

よって $N_2 = \frac{2}{3}\boldsymbol{mg}$

(オ)　図 d のように，皿A の加速度を下向きに a_A，皿 B の加速度を上向きに a_B，糸の張力の大きさを T' とする。加速度の向きを正の向きとして運動方程式を立てると

$$\mathrm{A}:2ma_A=2mg-T' \quad \cdots\cdots ③$$

$$\mathrm{B}:ma_B=T'-mg \quad \cdots\cdots ④$$

③，④ 式の辺々を加えると

$$2ma_A+ma_B=mg$$

よって　$2a_A+a_B=g$　…… ⑤

滑車 1 とともに運動する立場から見ると，(イ) と同様に皿 A と皿 B の加速度は逆向きで同じ大きさになるので，滑車 1 に対する A，B の相対加速度の関係は相対加速度の式「$a_{AB}=a_B-a_A$」より

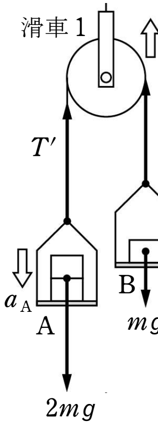

図 d

$$-a_A-\frac{1}{4}g=-\left(a_B-\frac{1}{4}g\right)$$

よって　$a_A-a_B=-\frac{1}{2}g$　…… ⑥

⑤，⑥ 式の辺々を加えて a_B を消去すると

$$3a_A=\frac{1}{2}g \qquad a_A=\frac{1}{6}g\ (\text{下向き})$$

(カ)　a_A を ⑥ 式に代入して

$$\frac{1}{6}g-a_B=-\frac{1}{2}g \qquad a_B=\frac{2}{3}g\ (\text{上向き})$$

(キ)　皿 A の上側のおもりについて下向きを正として運動方程式を立てると，求める力 N_3 は

$$ma_A=mg-N_3$$

a_A を代入して

$$m\times\frac{1}{6}g=mg-N_3 \qquad N_3=\frac{5}{6}mg$$

２．

次の文中の空欄を正しく埋めよ。

図 1 のように，なめらかな水平面上に，質量が M で水平面と θ の角をなすなめらかな斜面をもつ台を置き，台が移動しないようにストッパー S を図のように固定した。いま，斜面上に質量 m の小物体を静かに置いたところ，小物体は初速 0 で斜面上を下降し始めた。重力加速度の大きさを g とする。

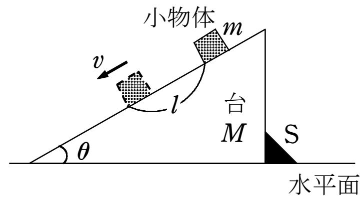

図 1

このとき，小物体が斜面を下降する加速度の大きさは $\boxed{\text{ア}}$ であるから，小物体が斜面にそって距離 l だけ下降したときの速さ v は $v=\boxed{\text{イ}}$ である。小物体が斜面上を下降している間，ストッパー S が台に加えている水平方向左向きの力の大きさは $m\times\boxed{\text{ウ}}$ である。

次に，図 2 のように，斜面上に質量 m の小物体を静かに置くと同時に，台に水平方向左向きの一定の力を加えて台を移動させたところ，小物体は斜面に対して静止していた。

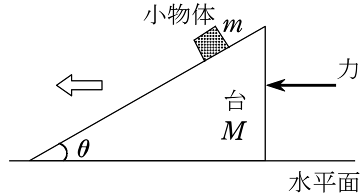

図 2

このとき，小物体が斜面から受けている垂直抗力の大きさ N は $N=m\times\boxed{\text{エ}}$ である。小物体の水平方向の加速度の大きさ a は，小物体が斜面から受けている垂直抗力の水平成分によって加速度が生じることから $a=\boxed{\text{オ}}$ である。よって，台に加えている水平方向左向きの力の大きさは $(M+m)\times\boxed{\text{カ}}$ である。

解答　(ア)　$g\sin\theta$　　(イ)　$\sqrt{2gl\sin\theta}$　　(ウ)　$g\sin\theta\cos\theta$　　(エ)　$\dfrac{g}{\cos\theta}$

(オ)　$g\tan\theta$　　(カ)　$g\tan\theta$

解説

台が静止しているとき，小物体は重力の斜面方向の成分によって斜面下方へ加速する。このとき小物体が斜面から受ける垂直抗力の反作用が台にはたらき，この力の水平成分によって台は右へ押される。台を左へ押して小物体が斜面に対して静止しているとき，小物体にはたらく重力と垂直抗力の合力は水平左向きとなり，この力によって小物体は台とともに左向きに加速する。

(ア)　小物体にはたらく力は図 a のようになる。加速度の大きさを a_0 として，斜面方向について運動方程式「$ma=F$」を立てると

$$ma_0=mg\sin\theta$$

よって　$a_0=\boldsymbol{g\sin\theta}$

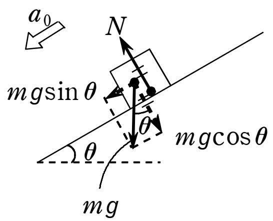

図 a

(イ)　等加速度運動の式「$v^2-v_0{}^2=2ax$」より

$$v^2-0^2=2\times g\sin\theta\times l$$

よって　$v=\boldsymbol{\sqrt{2gl\sin\theta}}$

(ウ)　台にはたらく力は図 b のようになる。小物体が受ける垂直抗力 (大きさ N) の反作用が台にはたらき，その水平成分が台を右に押すので，ストッパー S は左向きの力 (大きさ F) で台を押し，水平方向の力がつりあう。つりあいの式は

$$N\sin\theta-F=0 \quad より \quad F=N\sin\theta$$

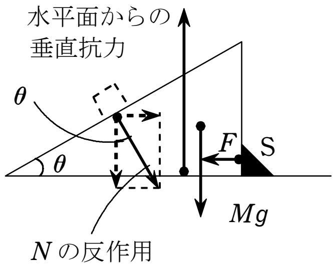

図 b

図 a で小物体にはたらく力の斜面と直交する成分はつりあうので

$$N-mg\cos\theta=0 \quad より \quad N=mg\cos\theta$$

両式より

$$F=mg\cos\theta\times\sin\theta=\boldsymbol{m\times g\sin\theta\cos\theta}$$

(エ)　このとき小物体にはたらく力は図 c のようになり，鉛直方向の力はつりあい，垂直抗力の水平成分によって小物体は水平左向きに加速する。鉛直方向のつりあいより

$$N\cos\theta-mg=0$$

よって　$N=\boldsymbol{m\times\dfrac{g}{\cos\theta}}$

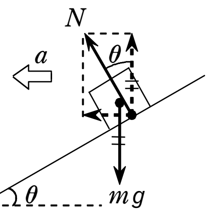

図 c

(オ)　水平方向について運動方程式を立てると

$$ma=N\sin\theta$$

N を代入すると　$ma=m\times\dfrac{g}{\cos\theta}\times\sin\theta$

よって　$a=\boldsymbol{g\tan\theta}$

(カ)　台と小物体は一体で運動しており，台に加えた左向きの力によって全体が大きさ a の加速度で加速されるので，台と小物体を一体とした運動方程式は

$$(M+m)a=F$$

a を代入すると

$$F=\boldsymbol{(M+m)\times g\tan\theta}$$