１．

図１のように水平に対して 45° の角度をなす斜面上に質量 M の直角二等辺三角形の物体 A を斜辺の面が斜面と接するように置く。直角二等辺三角形の等しい２辺の長さを d とする。A の上面に質量 m で大きさの無視できる小さな物体 B を置く。斜面上に原点 O をとり，水平右向きに x 軸，鉛直下向きに y 軸をとる。はじめ，A は上面が $y=0$ となる位置にあり，B は A の上面の右端，すなわち，$(x,\ y)=(d,\ 0)$ の位置にある。空気の抵抗および斜面と A の間の摩擦は無視できるものとする。重力加速度の大きさを g とする。

Ⅰ　A と B の間の摩擦も無視できる場合に以下の問いに答えよ。

(1)　図１のように A の右面に水平左向きに力 F を加えたところ，２つの物体は最初の位置に静止したままであった。F の大きさを求めよ。

(2)　力 F をとり除いたところ，A と B は運動を開始した。その後，B は A 上面の左端に達した。この瞬間の B の y 座標を求めよ。

(3)　B が A 上面の左端に達する直前の B の速さ v を求めよ。

Ⅱ　図２に示すように A 上面の点 P を境にして右側の表面があらく，この部分での A と B の間の静止摩擦係数および動摩擦係数はそれぞれ μ，μ'（ただし $\mu>\mu'$）である。A 上面の点 P より左側は，なめらかなままである。(1) と同様に，力 F を加えて両物体を静止させた。力 F をとり除いた後の両物体の運動について以下の問いに答えよ。

(4)　μ が十分に大きい場合，B は A 上面をすべり出さず，両物体は一体となって斜面をすべりおりる。このときの両物体の x 方向の加速度 a_x と y 方向の加速度 a_y を求めよ。

(5)　μ がある値 μ_0 より大きければ B は A 上面をすべり出さず，小さければすべり出す。その値 μ_0 を求めよ。

(6)　μ が μ_0 より小さい場合に，B が最初の位置 $(x,\ y)=(d,\ 0)$ から A 上面の左端に達するまでの軌跡として最も適当なものを図３の (ア)〜(オ) の中から１つ選べ。ここで Q_1，Q_2，Q_3 はそれぞれ，B の最初の位置，B が A 上面の点 P に達した瞬間の位置，B が A 上面の左端に達した瞬間の位置を表す。また破線は直線 $y=x$ を示す。

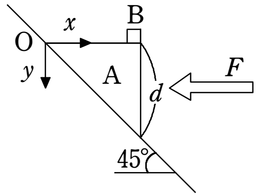


図１

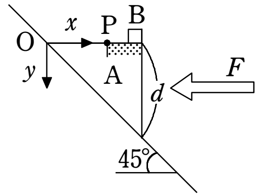
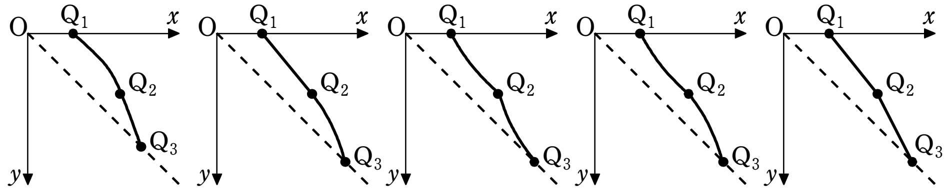


図２



（ア）　（イ）　（ウ）　（エ）　（オ）

図３

解答　(1)　$F=(M+m)g$　　(2)　$y=d$　　(3)　$v=\sqrt{\dfrac{2(M+m)gd}{2M+m}}$

(4)　$a_x=\dfrac{g}{2}$，$a_y=\dfrac{g}{2}$　　(5)　$\mu_0=1$　　(6)　（イ）

２．

図１，図２のそれぞれで，自然長 L，ばね定数 k の軽いばねの下端が水平な床に固定されている。ばねの上端には質量 m の台がとりつけられ，この台には質量 M のおもりがのっている。最初，おもりに鉛直下方の力を加えて，長さが $L-d$ になるまでばねを縮め，全体を静止させた。ただし，自然長 L は十分大きく，ばねは鉛直方向にのみ伸び縮みできるとし，重力加速度の大きさを g とする。

(1)　図１で，おもりから静かに力を取り除くと，おもりと台はしばらく一緒に上昇し，その後，おもりが台から離れた。こういうことが起きるための，最初のばねの縮み d の範囲を求めよう。

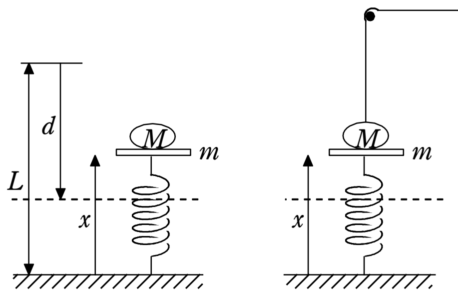


図１　　図２

点線は，最初縮めたときの上端の高さを表す。

まず，おもりと台が一緒に動いている間で，ばねの長さが x となったときを考える。鉛直上向きを正として，両者共通の速度を v，加速度を a とし，両者の間にはたらく垂直抗力の大きさを N とする。おもりの運動方程式 $\boxed{\text{ア}}$ と台の運動方程式から N を消去すると，両者を一体と考えた場合の運動方程式：$(M+m)a=\boxed{\text{イ}}$　…… 式(A)

が得られる。また，力学的エネルギー保存則を変形すると

$$\frac{1}{2}(M+m)v^2=\frac{1}{2}k(x-L+d)\{\boxed{\text{ウ}}\}\quad \text{…… 式(B)}$$

となる。

おもりが台から離れるときは，$N=\boxed{\text{エ}}$ となる。(ア) と 式(A) によると，それは $x=\boxed{\text{オ}}$ のときである。したがって式(B) を考えると，$d>\boxed{\text{カ}}$ であったことがわかる。

(2)　図２では，軽く伸び縮みしない糸を台上のおもりにつなぎ，鉛直上方に伸ばして，十分高い位置で固定された２つのなめらかな支点にかけて質量 m' の分銅につないである。ただし，$m'<M$ とする。

おもりから静かに力を取り除くと，おもりと台はしばらく一緒に上昇し，その後，おもりが台から離れた。この間，糸がゆるむことはなかった。

おもりと台が，一緒に動いている間の運動を考える。x，a，N を (1) の場合と同様に定義し，糸の張力を f として，おもり，台，分銅の運動方程式を導く。これらから

a と f を消去すると

$$N=\frac{1}{M+m+m'}\{\boxed{\text{キ}}\}\quad \text{…… 式(C)}$$

となる。台が軽くて $m=0$ とおけるならば，おもりが台から離れるのは $x=\boxed{\text{オ}}$ のときであり，(1) の場合と一致する。そこで，以下では $m=0$ の場合を考える。運動方程式から f と N を消去すると，式(A) と同様な

$$(M+m')a=\boxed{\text{ク}}\quad \text{…… 式(D)}$$

が得られる。式(D) では，式(A) の m が m' になり，さらに重力加速度の大きさ g が変更されているとみなすことができる。これらの対応関係を用いると，おもりが台から離れたことから $d>\boxed{\text{ケ}}$ であると容易にわかる。また，糸がたるまなかったことから $d<\boxed{\text{コ}}$ であるとわかる。

解答　(1) (ア)　$Ma=N-Mg$　　(イ)　$k(L-x)-(M+m)g$

(ウ)　$\left\{d+L-x-\dfrac{2(M+m)g}{k}\right\}$　　(エ)　0　　(オ)　L

(カ)　$\dfrac{2(M+m)g}{k}$

(2) (キ)　$\{k(L-x)(M+m')-2mm'g\}$

(ク)　$k(L-x)-(M-m')g$　　(ケ)　$\dfrac{2(M-m')}{k}g$　　(コ)　$\dfrac{2Mg}{k}$