

1.

図1のように水平に対して 45° の角度をなす斜面上に質量 M の直角二等辺三角形の物体 A を斜辺の面が斜面と接するように置く。直角二等辺三角形の等しい2辺の長さを d とする。 A の上面に質量 m で大きさの無視できる小さな物体 B を置く。斜面上に原点 O をとり、水平右向きに x 軸、鉛直下向きに y 軸をとる。はじめ、 A は上面が $y=0$ となる位置にあり、 B は A の上面の右端、すなわち、 $(x, y)=(d, 0)$ の位置にある。空気の抵抗および斜面と A の間の摩擦は無視できるものとする。重力加速度の大きさを g とする。

I A と B の間の摩擦も無視できる場合に以下の問いに答えよ。

- (1) 図1のように A の右面に水平左向きに力 F を加えたところ、2つの物体は最初の位置に静止したままであった。 F の大きさを求めよ。
- (2) 力 F をとり除いたところ、 A と B は運動を開始した。その後、 B は A 上面の左端に達した。この瞬間の B の y 座標を求めよ。
- (3) B が A 上面の左端に達する直前の B の速さ v を求めよ。

II 図2に示すように A 上面の点 P を境にして右側の表面があらく、この部分での A と B の間の静止摩擦係数および動摩擦係数はそれぞれ μ 、 μ' (ただし $\mu > \mu'$)である。 A 上面の点 P より左側は、なめらかなままである。(1)と同様に、力 F を加えて両物体を静止させた。力 F をとり除いた後の両物体の運動について以下の問いに答えよ。

- (4) μ が十分に大きい場合、 B は A 上面をすべり出さず、両物体は一体となって斜面をすべりおろる。このときの両物体の x 方向の加速度 a_x と y 方向の加速度 a_y を求めよ。
- (5) μ がある値 μ_0 より大きければ B は A 上面をすべり出さず、小さければすべり出す。その値 μ_0 を求めよ。
- (6) μ が μ_0 より小さい場合に、 B が最初の位置 $(x, y)=(d, 0)$ から A 上面の左端に達するまでの軌跡として最も適当なものを図3の(ア)~(オ)の中から1つ選べ。ここで Q_1 、 Q_2 、 Q_3 はそれぞれ、 B の最初の位置、 B が A 上面の点 P に達した瞬間の位置、 B が A 上面の左端に達した瞬間の位置を表す。また破線は直線 $y=x$ を示す。

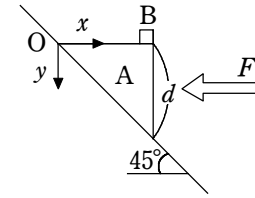


図1

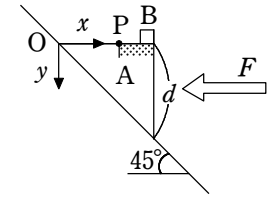


図2

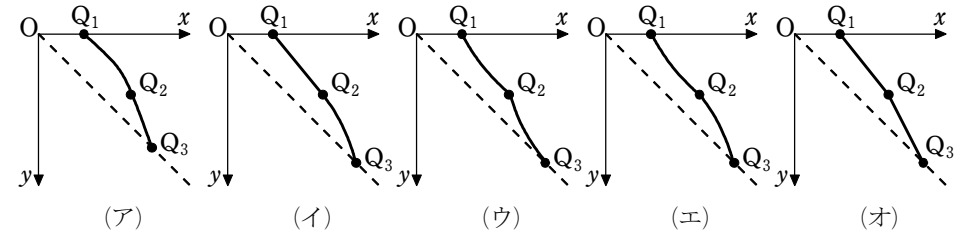


図3

2.

図1, 図2のそれぞれで, 自然長 L , ばね定数 k の軽いばねの下端が水平な床に固定されている。ばねの上端には質量 m の台がとりつけられ, この台には質量 M のおもりがのっている。最初, おもりに鉛直下方の力を加えて, 長さが $L-d$ になるまでばねを縮め, 全体を静止させた。ただし, 自然長 L は十分大きく, ばねは鉛直方向にのみ伸び縮みできるとし, 重力加速度の大きさを g とする。

(1) 図1で, おもりから静かに

力を取り除くと, おもりと台はしばらく一緒に上昇し, その後, おもりが台から離れた。こういうことが起きるための, 最初のばねの縮み d の範囲を求めよう。

まず, おもりと台と一緒に動いている間で, ばねの長さが x となったときを考える。鉛直上向きを正として, 両者共通の

速度を v , 加速度を a とし, 両者の間にはたらく垂直抗力の大きさを N とする。おもりの運動方程式 ア と台の運動方程式から N を消去すると, 両者を一体と考えた場合の運動方程式: $(M+m)a = \text{イ}$ …… 式(A)

が得られる。また, 力学的エネルギー保存則を変形すると

$$\frac{1}{2}(M+m)v^2 = \frac{1}{2}k(x-L+d) \{\text{ウ}\} \quad \dots\dots \text{式(B)}$$

となる。

おもりが台から離れるときは, $N = \text{エ}$ となる。(ア) と式(A)によると, それは $x = \text{オ}$ のときである。したがって式(B)を考えると, $d > \text{カ}$ であったことがわかる。

(2) 図2では, 軽く伸び縮みしない糸を台上のおもりにつなぎ, 鉛直上方に伸ばして, 十分高い位置で固定された2つのなめらかな支点にかけて質量 m' の分銅につないである。ただし, $m' < M$ とする。

おもりに静かに力を取り除くと, おもりと台はしばらく一緒に上昇し, その後, おもりが台から離れた。この間, 糸がゆるむことはなかった。

おもりと台が, 一緒に動いている間の運動を考える。 x , a , N を(1)の場合と同様に定義し, 糸の張力を f とし, おもり, 台, 分銅の運動方程式を導く。これらから

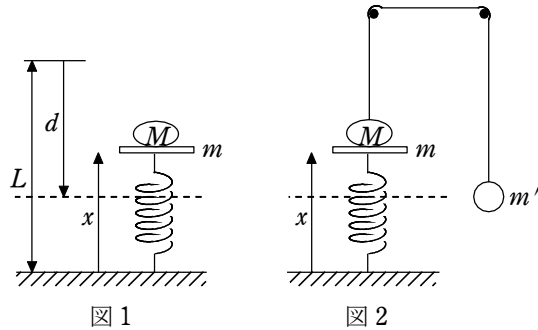


図1 点線は, 最初縮めたときの上端の高さを表す。

図1

図2

a と f を消去すると

$$N = \frac{1}{M+m+m'} \{\text{キ}\} \quad \dots\dots \text{式(C)}$$

となる。台が軽くて $m=0$ とおけるならば, おもりが台から離れるのは $x = \text{オ}$ のときであり, (1)の場合と一致する。そこで, 以下では $m=0$ の場合を考える。運動方程式から f と N を消去すると, 式(A)と同様な

$$(M+m')a = \text{ク} \quad \dots\dots \text{式(D)}$$

が得られる。式(D)では, 式(A)の m が m' になり, さらに重力加速度の大きさ g が変更されているとみなすことができる。これらの対応関係を用いると, おもりが台から離れたことから $d > \text{ケ}$ であると容易にわかる。また, 糸がたるまなかったことから $d < \text{コ}$ であるとわかる。