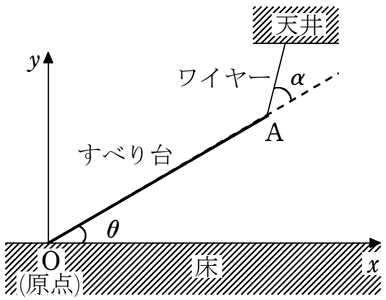
1．

図に示すように，摩擦のある水平な床の上に置かれた質量 M〔kg〕，長さ $2L$〔m〕の密度が一様な剛体の台の片方を重さの無視できるワイヤーで天井に固定してすべり台を作る。すべり台の左端をO端，右端をA端，重力加速度の大きさを g〔m/s²〕とする。



ただし，図の床にそった方向を x 軸，それに垂直な方向を y 軸とし，すべり台は図のように x-y 平面内で原点Oを中心として回転するだけで，水平および鉛直方向の移動はないものとする。また，すべり台の厚さはないものとする。

図のように，ワイヤーによってA端を床から持ち上げ，すべり台と床とのなす角度が θ $(0° < \theta < 90°)$ となったところで静止させた。このとき，すべり台につながれたワイヤーの張力の大きさ T〔N〕を次の(1)から(6)の手順にしたがって求めよ。ただし，すべり台の延長線とワイヤーのなす角度は α $(0° < \alpha < 90°)$ であり，$0° < \alpha + \theta < 90°$ とする。

(1)　A端において，すべり台OAに対して垂直な力の成分とすべり台OAに対して平行な力の成分をそれぞれ T，α を用いて表せ。

(2)　すべり台がO端において床から受ける鉛直上向きの抗力を N〔N〕としたとき，すべり台にはたらく鉛直方向の力のつりあいの関係を考えて，N を T，L，M，g，θ，α のうち，必要なものを用いて表せ。

(3)　O端において，すべり台が床から受ける摩擦力の大きさ F〔N〕を T，θ，α を用いて表せ。また，摩擦力の向きは x 軸の正あるいは負，いずれの向きかを答えよ。

(4)　O端を中心とした重力によるモーメントの大きさを L，M，g，θ，α のうち，必要なものを用いて表せ。

(5)　O端を中心としたワイヤーの張力 T によるモーメントの大きさを T，L，g，θ，α のうち，必要なものを用いて表せ。

(6)　(4)と(5)から，ワイヤーに加わる張力の大きさ T〔N〕を L，M，g，θ，α のうち，必要なものを用いて表せ。

解答　(1)　OAに垂直な成分は $T\sin\alpha$〔N〕，OAに平行な成分は $T\cos\alpha$〔N〕

(2)　$Mg - T\sin(\theta+\alpha)$〔N〕　(3)　$T\cos(\theta+\alpha)$〔N〕，負の向き

(4)　$MgL\cos\theta$〔N·m〕　(5)　$2TL\sin\alpha$〔N·m〕　(6)　$\dfrac{\cos\theta}{2\sin\alpha}Mg$〔N〕

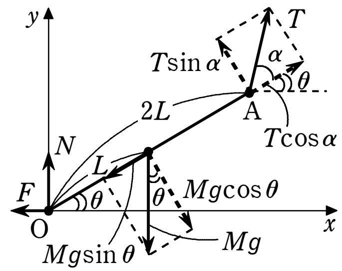
解説

(1)　すべり台OAにはたらく力は図のようになる。

張力 T を図のように分解すると

OAに垂直な成分は　$\boldsymbol{T\sin\alpha}$〔N〕

OAに平行な成分は　$\boldsymbol{T\cos\alpha}$〔N〕



(2)　張力 T の鉛直成分は $T\sin(\theta+\alpha)$ となるので，すべり台の鉛直方向の力のつりあいの式は

$$N + T\sin(\theta+\alpha) - Mg = 0$$

よって　$\boldsymbol{N = Mg - T\sin(\theta+\alpha)}$〔N〕

(3)　張力 T の水平成分は図のように右向きで $T\cos(\theta+\alpha)$ となるので，摩擦力 F がこれとつりあうためには左向きでなければならない。すべり台の水平方向の力のつりあいの式は

$$T\cos(\theta+\alpha) - F = 0$$

よって

$\boldsymbol{F = T\cos(\theta+\alpha)}$〔N〕　**負の向き**

(4)　力のモーメントの式「$M = F_{\perp}l$」を用いると，図よりOを中心とした重力のモーメントは，時計回りに

$Mg\cos\theta \times L = \boldsymbol{MgL\cos\theta}$〔N·m〕

(5)　(4)と同様に，Oを中心とした張力のモーメントは反時計回りに

$T\sin\alpha \times 2L = \boldsymbol{2TL\sin\alpha}$〔N·m〕

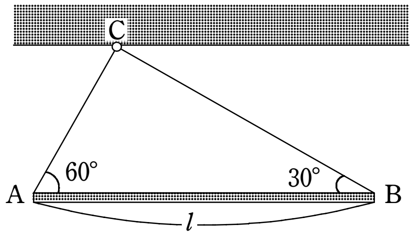
(6)　(4)と(5)の力のモーメントのつりあいの式は

$$2TL\sin\alpha - MgL\cos\theta = 0$$

よって　$T = \boldsymbol{\dfrac{\cos\theta}{2\sin\alpha}Mg}$〔N〕

2．

図のように，密度が不均一な質量 M，長さ l の細い棒の両端 A，B に糸をつけ，棒 AB が水平になるように点 C に固定した。糸と棒の角度はそれぞれ 60°，30° になった。糸は点 C ですべらないものとする。



(1) 棒の左端 A から棒の重心 G までの距離 x を表す式として正しいものを，次の ①～⑥ のうちから 1 つ選べ。$x=$ $\boxed{1}$

① $\dfrac{1}{\sqrt{3}}l$　② $\dfrac{1}{3}l$　③ $\dfrac{1}{2\sqrt{3}}l$　④ $\dfrac{1}{4}l$　⑤ $\dfrac{1}{6}l$　⑥ $\dfrac{1}{8}l$

(2) 糸 AC の張力の大きさ T_1 と，糸 BC の張力の大きさ T_2 を表す式の組合せとして正しいものを，次の ①～⑥ のうちから 1 つ選べ。ただし，重力加速度の大きさを g とする。$\boxed{2}$

	T_1	T_2
①	$\frac{1}{2}Mg$	$\frac{2}{\sqrt{3}}Mg$
②	$\frac{1}{2}Mg$	$\frac{\sqrt{3}}{2}Mg$
③	$\frac{2}{\sqrt{3}}Mg$	$\frac{1}{2}Mg$
④	$\frac{2}{\sqrt{3}}Mg$	$\frac{\sqrt{3}}{2}Mg$
⑤	$\frac{\sqrt{3}}{2}Mg$	$\frac{1}{2}Mg$
⑥	$\frac{\sqrt{3}}{2}Mg$	$\frac{2}{\sqrt{3}}Mg$

解答　(1) ④　(2) ⑤

解説

(1) 物体 ABC にはたらく外力は，重心 G にはたらく重力 $\vec{W}$ と支点 C にはたらく力 $\vec{F}$ の 2 つの力である。ABC が静止しているので，$\vec{W}$ と $\vec{F}$ は大きさが等しく逆向きで，同一作用線上にある。したがって，重心 G は C の真下にあり，図 a より

$$x=\mathrm{AC}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}l\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}l$$

以上より，正しいものは ④。

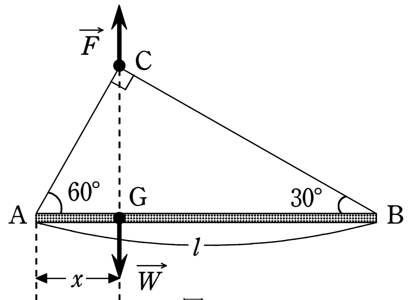


図 a

(2) 棒 AB にはたらく力の水平方向と鉛直方向の力のつりあいより

$$\frac{1}{2}T_1-\frac{\sqrt{3}}{2}T_2=0 \quad \cdots\cdots ①$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}T_1+\frac{1}{2}T_2-Mg=0 \quad \cdots\cdots ②$$

①＋②×$\sqrt{3}$ より

$$T_1=\frac{\sqrt{3}}{2}Mg$$

よって，① より

$$T_2=\frac{T_1}{\sqrt{3}}=\frac{1}{2}Mg$$

以上より，正しいものは ⑤。

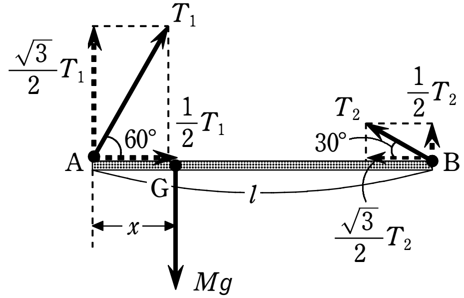


図 b

［補足］ A のまわりの力のモーメントのつりあいから

$$T_2\times\frac{l}{2}-Mg\times x=0 \quad \cdots\cdots ③$$

なので，(1) の x は，③ と (2) の結果から

$$\frac{1}{2}Mg\times\frac{l}{2}-Mg\times x=0 \qquad ゆえに \quad x=\frac{l}{4}$$

と求めることもできる。