

1.

質量 M 、長さ l の一様な剛体の棒 OQ がある。棒は、図1のように壁上の点 P で一端を固定された糸によって OQ の中点 R でつるされており、端点 O で壁に接している。壁と棒の間の静止摩擦係数を μ とし、重力加速度の大きさを g とする。

棒は壁に垂直に接し、棒と糸のなす角の大きさを θ ($0^\circ < \theta < 90^\circ$) とするとき、次の (1) と (2) に答えよ。

(1) 点 R で作用する糸の張力の大きさを求め、次の中から正しいものを1つ選べ。

- | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------|
| ① 0 | ② $\frac{Mg}{2}$ | ③ Mg | ④ $2Mg$ |
| ⑤ $\frac{Mg}{2\sin\theta}$ | ⑥ $\frac{Mg}{2\cos\theta}$ | ⑦ $\frac{Mg}{\sin\theta}$ | ⑧ $\frac{Mg}{\cos\theta}$ |
| ⑨ $Mg\sin\theta$ | ⑩ $Mg\cos\theta$ | ⑪ $2Mg\sin\theta$ | ⑫ $2Mg\cos\theta$ |
| ⑬ $\frac{Mgl}{2}$ | ⑭ $\frac{Mgl}{\sin\theta}$ | ⑮ $\frac{Mgl}{\cos\theta}$ | ⑯ $Mgl\cos\theta$ |

(2) 点 O で棒が壁から受ける垂直抗力の大きさを求め、次の中から正しいものを1つ選べ。

- | | | | |
|---------------------------|----------------------------|-----------------------------|----------------------------|
| ① 0 | ② $\frac{Mg}{2}$ | ③ $2Mg\sin\theta\cos\theta$ | ④ Mg |
| ⑤ $\frac{Mg}{\tan\theta}$ | ⑥ $\frac{Mg}{2\tan\theta}$ | ⑦ $Mg\tan\theta$ | ⑧ $\frac{Mg\tan\theta}{2}$ |
| ⑨ $Mg\sin^2\theta$ | ⑩ $2Mg\sin^2\theta$ | ⑪ $2Mg\cos^2\theta$ | ⑫ $Mg\sin\theta\cos\theta$ |
| ⑬ $\frac{Mgl}{2}$ | ⑭ $\frac{Mgl}{\sin\theta}$ | ⑮ $\frac{Mgl}{\cos\theta}$ | ⑯ $Mgl\cos\theta$ |

次に図2のように、点 O から距離 x の棒上の点に質量 m のおもりを固定したところ、棒はそのまま静止していた。このとき、次の (3) と (4) に答えよ。

(3) 点 O で棒が壁から受ける垂直抗力の大きさを求め、次の中から正しいものを1つ選べ。

- | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| ① $\frac{2(Ml+mx)g}{l\sin\theta}$ | ② $\frac{2(Ml+mx)g}{l\cos\theta}$ |
| ③ $\frac{2(Ml+mx)g}{l\tan\theta}$ | ④ $\frac{(Ml+2mx)g}{l\sin\theta}$ |
| ⑤ $\frac{(Ml+2mx)g}{l\cos\theta}$ | ⑥ $\frac{(Ml+2mx)g}{l\tan\theta}$ |

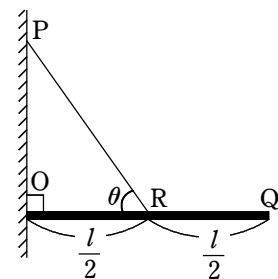


図1

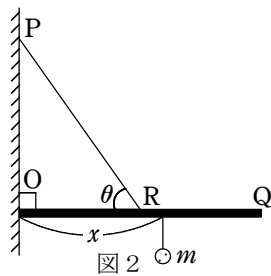


図2

- | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| ⑦ $\frac{2(Ml+mx)g\sin\theta}{l}$ | ⑧ $\frac{2(Ml+mx)g\cos\theta}{l}$ |
| ⑨ $\frac{2(Ml+mx)g\tan\theta}{l}$ | ⑩ $\frac{(Ml+2mx)g\sin\theta}{l}$ |
| ⑪ $\frac{(Ml+2mx)g\cos\theta}{l}$ | ⑫ $\frac{(Ml+2mx)g\tan\theta}{l}$ |

(4) 棒が壁に対して動かないための x の条件は $\boxed{\text{ア}} \leq x \leq \boxed{\text{イ}}$ と表せる。 $\boxed{\text{ア}}$ と $\boxed{\text{イ}}$ を求め、次の中から最もふさわしいものを1つずつ選べ。

ただし θ の値は、 $\boxed{\text{ア}}$ と $\boxed{\text{イ}}$ が 0 以上 l 以下であるという条件を常に満たしているものとする。

$\boxed{\text{ア}}$ と $\boxed{\text{イ}}$ 共通の選択肢:

- | | | | |
|--|--|--|-------|
| ① 0 | ② $\frac{l}{4}$ | ③ $\frac{l}{2}$ | ④ l |
| ⑤ $\frac{lM\mu}{2m(\sin\theta - \mu)}$ | ⑥ $\frac{lM\mu}{2m(\cos\theta - \mu)}$ | ⑦ $\frac{lM\mu}{2m(\tan\theta - \mu)}$ | |
| ⑧ $\frac{l\sin\theta}{2(\sin\theta + \mu)}$ | ⑨ $\frac{l\cos\theta}{2(\cos\theta + \mu)}$ | ⑩ $\frac{l\tan\theta}{2(\tan\theta + \mu)}$ | |
| ⑪ $\frac{l(m\sin\theta - M\mu)}{2m(\sin\theta + \mu)}$ | ⑫ $\frac{l(m\cos\theta - M\mu)}{2m(\cos\theta + \mu)}$ | ⑬ $\frac{l(m\tan\theta - M\mu)}{2m(\tan\theta + \mu)}$ | |
| ⑭ $\frac{l(m\sin\theta + M\mu)}{2m(\sin\theta - \mu)}$ | ⑮ $\frac{l(m\cos\theta + M\mu)}{2m(\cos\theta - \mu)}$ | ⑯ $\frac{l(m\tan\theta + M\mu)}{2m(\tan\theta - \mu)}$ | |

次に、図3のように、おもりを RQ 上の点 S に固定し、棒が壁に接触する位置を変えて棒と水平面のなす角を 30° としたとき、糸と壁のなす角は 30° となり、棒は壁に対して静止していた。OS の長さを x とするとき、次の (5) と (6) に答えよ。

(5) 点 O で棒が壁から受ける静止摩擦力の大きさを求め、次の中から正しいものを1つ選べ。

- | | |
|--|---|
| ① $\frac{1}{2}Mg + \frac{3x}{l}mg$ | ② $\frac{\sqrt{3}}{2}Mg + \frac{3x}{l}mg$ |
| ③ $\frac{3}{2}Mg + \frac{3x}{l}mg$ | ④ $\frac{1}{2}Mg + \frac{\sqrt{3}x-l}{l}mg$ |
| ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}Mg + \frac{\sqrt{3}x-l}{l}mg$ | ⑥ $\frac{3}{2}Mg + \frac{\sqrt{3}x-l}{l}mg$ |
| ⑦ $\frac{1}{2}Mg + \frac{3x-l}{l}mg$ | ⑧ $\frac{\sqrt{3}}{2}Mg + \frac{3x-l}{l}mg$ |
| ⑨ $\frac{3}{2}Mg + \frac{3x-l}{l}mg$ | |

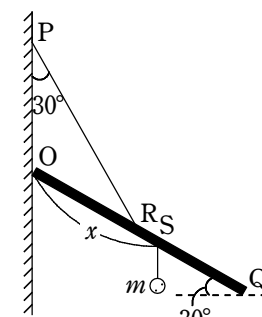


図3

⑩ $\frac{\sqrt{3}-1}{2}Mg + \frac{\sqrt{3}x-l}{l}mg$ ⑪ $\frac{\sqrt{3}-1}{2}Mg + \frac{\sqrt{3}x}{l}mg$
 ⑫ $\frac{\sqrt{3}-1}{2}Mg + \frac{\sqrt{3}x+l}{l}mg$ ⑬ $(\sqrt{3}-1)Mg + \frac{2\sqrt{3}x-l}{l}mg$
 ⑭ $(\sqrt{3}-1)Mg + \frac{2\sqrt{3}x}{l}mg$ ⑮ $(\sqrt{3}-1)Mg + \frac{2\sqrt{3}x+l}{l}mg$

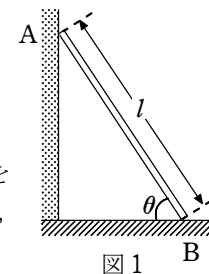
(6) おもりの位置を点 Q の向きに少しずつ変えたところ、ある位置 S' のときに棒が壁に対して動き始めた。このときの OS' の長さを求め、次の中から最もふさわしいものを 1 つ選べ。

① $\frac{\mu M + 2m}{\sqrt{3}\mu}l$ ② $\frac{\mu M + 2m}{2\sqrt{3}\mu}l$ ③ $\frac{\sqrt{3}\mu M + 2m}{2\sqrt{3}\mu}l$
 ④ $\frac{\sqrt{3}\mu M + 2m}{2(3 + \sqrt{3}\mu)}l$ ⑤ $\frac{(\sqrt{3}\mu - 1)M + 2m}{2(3 - \sqrt{3}\mu)}l$ ⑥ $\frac{(\sqrt{3}\mu + 1)M + 2m}{2(3 - \sqrt{3}\mu)}l$
 ⑦ $\frac{\sqrt{3}\mu M + 2(\sqrt{3}-1)m}{2(3 + \sqrt{3}\mu)}l$ ⑧ $\frac{(\sqrt{3}\mu - 1)M + 2(\sqrt{3}-1)m}{2(3 - \sqrt{3}\mu)}l$
 ⑨ $\frac{(\sqrt{3}\mu + 1)M + 2(\sqrt{3}-1)m}{2(3 - \sqrt{3}\mu)}l$ ⑩ $\frac{\sqrt{3}\mu M + 2(\sqrt{3}+1)m}{2(3 + \sqrt{3}\mu)}l$
 ⑪ $\frac{(\sqrt{3}\mu - 1)M + 2(\sqrt{3}+1)m}{2(3 - \sqrt{3}\mu)}l$ ⑫ $\frac{(\sqrt{3}\mu + 1)M + 2(\sqrt{3}+1)m}{2(3 - \sqrt{3}\mu)}l$

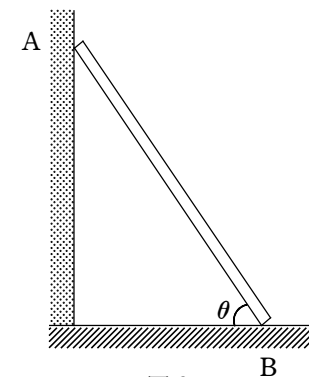
【解答】 (1) ⑦ (2) ⑤ (3) ⑥ (4) (ア) ⑬ (イ) ⑮ (5) ⑦ (6) ⑤

2.

図 1 に示すように、水平な床からなめらかで鉛直な壁に、質量 M 、長さ l の一様な細い棒を立てかけた。棒は、鉛直方向を含み壁に垂直な平面内に常にあるものとし、棒の上端が横向きにすべることにはないものとする。棒と壁との間には摩擦はない。棒と床との間の静止摩擦係数を μ 、棒の傾きの角を θ 、棒と壁との接点を A、棒と床との接点を B とする。重力加速度の大きさを g として、次の問いに答えよ。



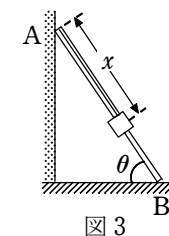
(1) 棒がすべらずに静止しているとき、棒にはたらく、壁からの垂直抗力 N_A 、床からの垂直抗力 N_B 、床との摩擦力 F_B 、重力 Mg を、作用点と向きに注意して図 2 に示せ。重力は棒の重心にはたらいっているものとしてかくこと。



(2) 棒がすべらずに静止しているための最小の傾きの角 θ_0 を次の手順で求めよ。

- (a) 棒にはたらく力がつりあうことを式で表せ。
 (b) 点 B のまわりの力のモーメントがつりあうことを式で表せ。
 (c) 点 B での摩擦力が最大摩擦力以下であることから、 $\tan \theta_0$ を求めよ。

次に、図 3 のように、穴の開いた質量 m の大きさの無視できるおもりを棒に通し、長さ x ($0 < x < l$) の細いひもで棒の上端とつないで、壁に立てかけた。ひもは伸縮せず、質量は無視できる。棒はすべることなく静止しており、おもりと棒の間の摩擦は無視できるものとして、次の問いに答えよ。



(3) おもりに はたらくすべての力を、向きに注意して図 4 に示せ。また、それぞれの力の大きさを求めよ。

- (4) 棒にはたらくすべての力を、作用点と向きに注意して図5に示せ。
- (5) 棒がすべらずに静止しているための最小の傾きの角を θ_1 とする。 $\tan \theta_1$ を(2)と同様の手順で求めよ。
- (6) (5)で求めた θ_1 が、(2)で求めた θ_0 より小さくなるためには、ひもの長さ x をどのようにとればよいか。

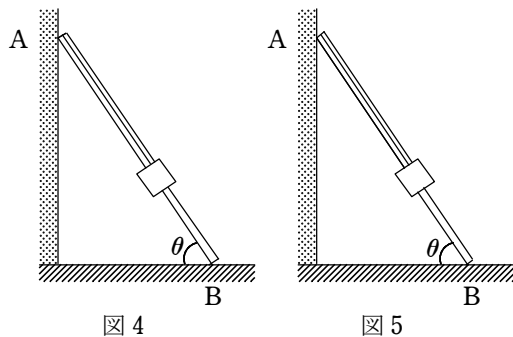
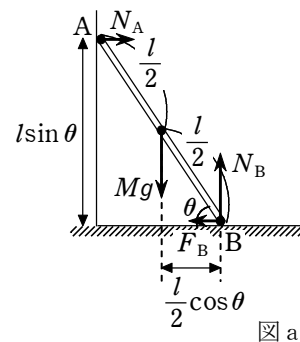


図4

図5

【解答】(1) 図a

- (2) (a) 水平方向: $N_A - F_B = 0$,
鉛直方向: $N_B - Mg = 0$
- (b) $Mg \cdot \frac{l}{2} \cos \theta - N_A \cdot l \sin \theta = 0$
- (c) $\frac{1}{2\mu}$



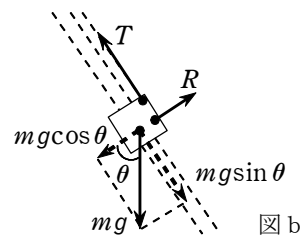
図a

(3) 図b,

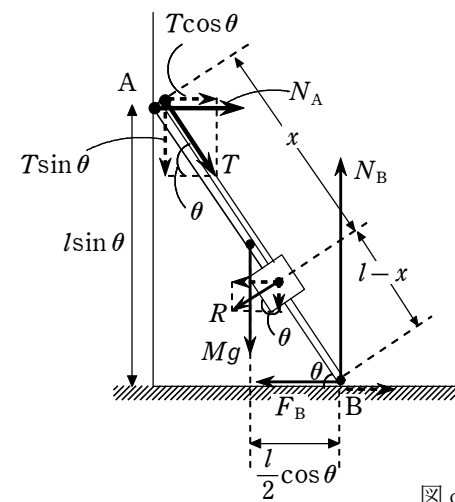
- ひもの張力 $T = mg \sin \theta$
棒からの垂直抗力 $R = mg \cos \theta$
重力 mg

(4) 図cの太実線矢印

- (5) $\frac{Ml + 2m(l-x)}{2(M+m)\mu l}$ (6) $\frac{l}{2} < x$



図b



図c