

1.

質量  $M$ 、長さ  $l$  の一様な剛体の棒  $OQ$  がある。棒は、図1のように壁上の点  $P$  で一端を固定された糸によって  $OQ$  の中点  $R$  でつるさされており、端点  $O$  で壁に接している。壁と棒の間の静止摩擦係数を  $\mu$  とし、重力加速度の大きさを  $g$  とする。

棒は壁に垂直に接し、棒と糸のなす角の大きさを  $\theta$  ( $0^\circ < \theta < 90^\circ$ ) とするとき、次の (1) と (2) に答えよ。

(1) 点  $R$  で作用する糸の張力の大きさを求め、次の中から正しいものを1つ選べ。

- |                            |                            |                            |                           |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------|
| ① 0                        | ② $\frac{Mg}{2}$           | ③ $Mg$                     | ④ $2Mg$                   |
| ⑤ $\frac{Mg}{2\sin\theta}$ | ⑥ $\frac{Mg}{2\cos\theta}$ | ⑦ $\frac{Mg}{\sin\theta}$  | ⑧ $\frac{Mg}{\cos\theta}$ |
| ⑨ $Mg\sin\theta$           | ⑩ $Mg\cos\theta$           | ⑪ $2Mg\sin\theta$          | ⑫ $2Mg\cos\theta$         |
| ⑬ $\frac{Mgl}{2}$          | ⑭ $\frac{Mgl}{\sin\theta}$ | ⑮ $\frac{Mgl}{\cos\theta}$ | ⑯ $Mgl\cos\theta$         |

(2) 点  $O$  で棒が壁から受ける垂直抗力の大きさを求め、次の中から正しいものを1つ選べ。

- |                           |                            |                             |                            |
|---------------------------|----------------------------|-----------------------------|----------------------------|
| ① 0                       | ② $\frac{Mg}{2}$           | ③ $2Mg\sin\theta\cos\theta$ | ④ $Mg$                     |
| ⑤ $\frac{Mg}{\tan\theta}$ | ⑥ $\frac{Mg}{2\tan\theta}$ | ⑦ $Mg\tan\theta$            | ⑧ $\frac{Mg\tan\theta}{2}$ |
| ⑨ $Mg\sin^2\theta$        | ⑩ $2Mg\sin^2\theta$        | ⑪ $2Mg\cos^2\theta$         | ⑫ $Mg\sin\theta\cos\theta$ |
| ⑬ $\frac{Mgl}{2}$         | ⑭ $\frac{Mgl}{\sin\theta}$ | ⑮ $\frac{Mgl}{\cos\theta}$  | ⑯ $Mgl\cos\theta$          |

次に図2のように、点  $O$  から距離  $x$  の棒上の点に質量  $m$  のおもりを固定したところ、棒はそのまま静止していた。このとき、次の (3) と (4) に答えよ。

(3) 点  $O$  で棒が壁から受ける垂直抗力の大きさを求め、次の中から正しいものを1つ選べ。

- |                                   |                                   |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| ① $\frac{2(Ml+mx)g}{l\sin\theta}$ | ② $\frac{2(Ml+mx)g}{l\cos\theta}$ |
| ③ $\frac{2(Ml+mx)g}{l\tan\theta}$ | ④ $\frac{(Ml+2mx)g}{l\sin\theta}$ |
| ⑤ $\frac{(Ml+2mx)g}{l\cos\theta}$ | ⑥ $\frac{(Ml+2mx)g}{l\tan\theta}$ |

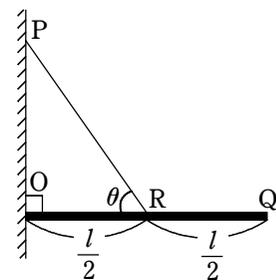


図1

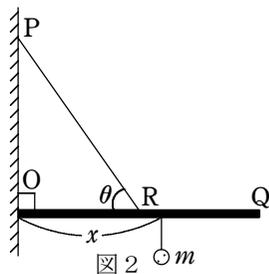


図2

- |                                   |                                   |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| ⑦ $\frac{2(Ml+mx)g\sin\theta}{l}$ | ⑧ $\frac{2(Ml+mx)g\cos\theta}{l}$ |
| ⑨ $\frac{2(Ml+mx)g\tan\theta}{l}$ | ⑩ $\frac{(Ml+2mx)g\sin\theta}{l}$ |
| ⑪ $\frac{(Ml+2mx)g\cos\theta}{l}$ | ⑫ $\frac{(Ml+2mx)g\tan\theta}{l}$ |

(4) 棒が壁に対して動かないための  $x$  の条件は  $\boxed{\text{ア}} \leq x \leq \boxed{\text{イ}}$  と表せる。 $\boxed{\text{ア}}$  と  $\boxed{\text{イ}}$  を求め、次の中から最もふさわしいものを1つずつ選べ。

ただし  $\theta$  の値は、 $\boxed{\text{ア}}$  と  $\boxed{\text{イ}}$  が 0 以上  $l$  以下であるという条件を常に満たしているものとする。

$\boxed{\text{ア}}$  と  $\boxed{\text{イ}}$  共通の選択肢：

- |  |  |  |       |
|--|--|--|-------|
| ① 0  | ② $\frac{l}{4}$  | ③ $\frac{l}{2}$  | ④ $l$ |
| ⑤ $\frac{lM\mu}{2m(\sin\theta - \mu)}$                 | ⑥ $\frac{lM\mu}{2m(\cos\theta - \mu)}$                 | ⑦ $\frac{lM\mu}{2m(\tan\theta - \mu)}$                 |       |
| ⑧ $\frac{l\sin\theta}{2(\sin\theta + \mu)}$            | ⑨ $\frac{l\cos\theta}{2(\cos\theta + \mu)}$            | ⑩ $\frac{l\tan\theta}{2(\tan\theta + \mu)}$            |       |
| ⑪ $\frac{l(m\sin\theta - M\mu)}{2m(\sin\theta + \mu)}$ | ⑫ $\frac{l(m\cos\theta - M\mu)}{2m(\cos\theta + \mu)}$ | ⑬ $\frac{l(m\tan\theta - M\mu)}{2m(\tan\theta + \mu)}$ |       |
| ⑭ $\frac{l(m\sin\theta + M\mu)}{2m(\sin\theta - \mu)}$ | ⑮ $\frac{l(m\cos\theta + M\mu)}{2m(\cos\theta - \mu)}$ | ⑯ $\frac{l(m\tan\theta + M\mu)}{2m(\tan\theta - \mu)}$ |       |

次に、図3のように、おもりを  $RQ$  上の点  $S$  に固定し、棒が壁に接触する位置を変えて棒と水平面のなす角を  $30^\circ$  としたとき、糸と壁のなす角は  $30^\circ$  となり、棒は壁に対して静止していた。OS の長さを  $x$  とするとき、次の (5) と (6) に答えよ。

(5) 点  $O$  で棒が壁から受ける静止摩擦力の大きさを求め、次の中から正しいものを1つ選べ。

- |  |   |
|--|---|
| ① $\frac{1}{2}Mg + \frac{3x}{l}mg$                 | ② $\frac{\sqrt{3}}{2}Mg + \frac{3x}{l}mg$   |
| ③ $\frac{3}{2}Mg + \frac{3x}{l}mg$                 | ④ $\frac{1}{2}Mg + \frac{\sqrt{3}x-l}{l}mg$ |
| ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}Mg + \frac{\sqrt{3}x-l}{l}mg$ | ⑥ $\frac{3}{2}Mg + \frac{\sqrt{3}x-l}{l}mg$ |
| ⑦ $\frac{1}{2}Mg + \frac{3x-l}{l}mg$               | ⑧ $\frac{\sqrt{3}}{2}Mg + \frac{3x-l}{l}mg$ |
| ⑨ $\frac{3}{2}Mg + \frac{3x-l}{l}mg$               |   |

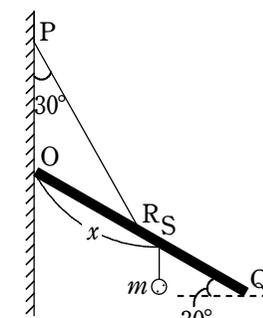


図3

- ⑩  $\frac{\sqrt{3}-1}{2}Mg + \frac{\sqrt{3}x-l}{l}mg$     ⑪  $\frac{\sqrt{3}-1}{2}Mg + \frac{\sqrt{3}x}{l}mg$   
 ⑫  $\frac{\sqrt{3}-1}{2}Mg + \frac{\sqrt{3}x+l}{l}mg$     ⑬  $(\sqrt{3}-1)Mg + \frac{2\sqrt{3}x-l}{l}mg$   
 ⑭  $(\sqrt{3}-1)Mg + \frac{2\sqrt{3}x}{l}mg$     ⑮  $(\sqrt{3}-1)Mg + \frac{2\sqrt{3}x+l}{l}mg$

(6) おもりの位置を点 Q の向きに少しずつ変えたところ、ある位置 S' のときに棒が壁に対して動き始めた。このときの OS' の長さを求め、次の中から最もふさわしいものを 1 つ選べ。

- ①  $\frac{\mu M + 2m}{\sqrt{3}\mu}l$     ②  $\frac{\mu M + 2m}{2\sqrt{3}\mu}l$     ③  $\frac{\sqrt{3}\mu M + 2m}{2\sqrt{3}\mu}l$   
 ④  $\frac{\sqrt{3}\mu M + 2m}{2(3 + \sqrt{3}\mu)}l$     ⑤  $\frac{(\sqrt{3}\mu - 1)M + 2m}{2(3 - \sqrt{3}\mu)}l$     ⑥  $\frac{(\sqrt{3}\mu + 1)M + 2m}{2(3 - \sqrt{3}\mu)}l$   
 ⑦  $\frac{\sqrt{3}\mu M + 2(\sqrt{3}-1)m}{2(3 + \sqrt{3}\mu)}l$     ⑧  $\frac{(\sqrt{3}\mu - 1)M + 2(\sqrt{3}-1)m}{2(3 - \sqrt{3}\mu)}l$   
 ⑨  $\frac{(\sqrt{3}\mu + 1)M + 2(\sqrt{3}-1)m}{2(3 - \sqrt{3}\mu)}l$     ⑩  $\frac{\sqrt{3}\mu M + 2(\sqrt{3}+1)m}{2(3 + \sqrt{3}\mu)}l$   
 ⑪  $\frac{(\sqrt{3}\mu - 1)M + 2(\sqrt{3}+1)m}{2(3 - \sqrt{3}\mu)}l$     ⑫  $\frac{(\sqrt{3}\mu + 1)M + 2(\sqrt{3}+1)m}{2(3 - \sqrt{3}\mu)}l$

【解答】 (1) ⑦    (2) ⑤    (3) ⑥    (4) (ア) ⑬    (イ) ⑮    (5) ⑦    (6) ⑤

2.

図 1 に示すように、水平な床からなめらかで鉛直な壁に、質量  $M$ 、長さ  $l$  の一様な細い棒を立てかけた。棒は、鉛直方向を含み壁に垂直な平面内に常にあるものとし、棒の上端が横向きにすべることにはないものとする。棒と壁との間には摩擦はない。棒と床との間の静止摩擦係数を  $\mu$ 、棒の傾きの角を  $\theta$ 、棒と壁との接点を A、棒と床との接点を B とする。重力加速度の大きさを  $g$  として、次の問いに答えよ。

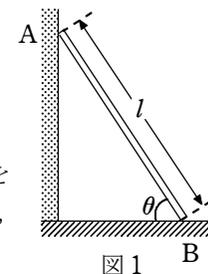


図 1

(1) 棒がすべらずに静止しているとき、棒にはたらく、壁からの垂直抗力  $N_A$ 、床からの垂直抗力  $N_B$ 、床との摩擦力  $F_B$ 、重力  $Mg$  を、作用点と向きに注意して図 2 に示せ。重力は棒の重心にはたらいっているものとしてかくこと。

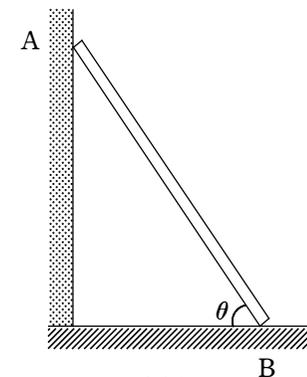


図 2

(2) 棒がすべらずに静止しているための最小の傾きの角  $\theta_0$  を次の手順で求めよ。

- (a) 棒にはたらく力がつりあうことを式で表せ。  
 (b) 点 B のまわりの力のモーメントがつりあうことを式で表せ。  
 (c) 点 B での摩擦力が最大摩擦力以下であることから、 $\tan \theta_0$  を求めよ。

次に、図 3 のように、穴の開いた質量  $m$  の大きさの無視できるおもりを棒に通し、長さ  $x$  ( $0 < x < l$ ) の細いひもで棒の上端とつないで、壁に立てかけた。ひもは伸縮せず、質量は無視できる。棒はすべることなく静止しており、おもりと棒の間の摩擦は無視できるものとして、次の問いに答えよ。

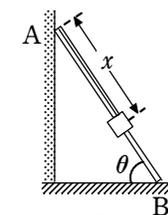


図 3

(3) おもりに はたらくすべての力を、向きに注意して図 4 に示せ。また、それぞれの力の大きさを求めよ。

- (4) 棒にはたらくすべての力を、作用点と向きに注意して図5に示せ。
- (5) 棒がすべらずに静止しているための最小の傾きの角を  $\theta_1$  とする。 $\tan \theta_1$  を(2)と同様の手順で求めよ。
- (6) (5)で求めた  $\theta_1$  が、(2)で求めた  $\theta_0$  より小さくなるためには、ひもの長さ  $x$  をどのようにとればよいか。

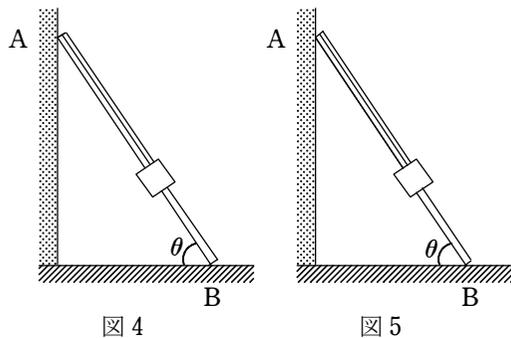


図4

図5

【解答】 (1) 図 a

(2) (a) 水平方向:  $N_A - F_B = 0$ ,  
鉛直方向:  $N_B - Mg = 0$

(b)  $Mg \cdot \frac{l}{2} \cos \theta - N_A \cdot l \sin \theta = 0$

(c)  $\frac{1}{2\mu}$

(3) 図 b,

ひもの張力  $T = mg \sin \theta$

棒からの垂直抗力  $R = mg \cos \theta$

重力  $mg$

(4) 図 c の太実線矢印

(5)  $\frac{Ml + 2m(l-x)}{2(M+m)\mu l}$  (6)  $\frac{l}{2} < x$

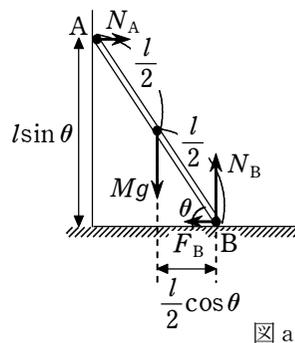


図 a

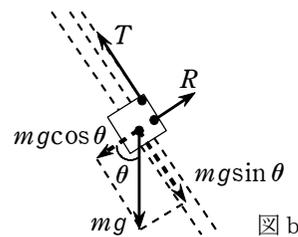


図 b

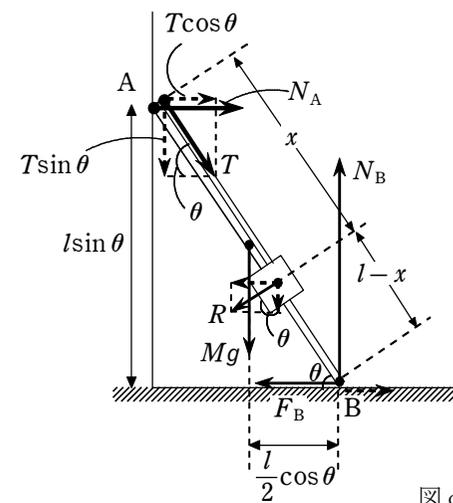


図 c