

1.

図1のように、水平面と角度 $\theta$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ )  
をなす傾斜面がある。質量 $m$ の物体Aには、  
質量の無視できる伸び縮みしない糸が結ば  
れている。糸の他端には質量 $M$ の物体Bが、  
斜面上部のなめらかにまわる滑車を通して、と  
りつけられている。

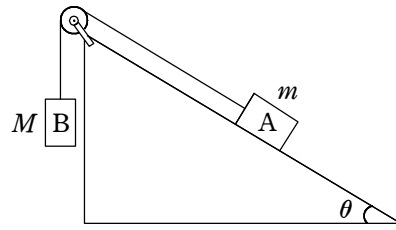


図 1

物体Aと斜面との間の静止摩擦係数を $\mu$ 、重  
力加速度の大きさを $g$ として、以下の問いに答えよ。

まず、図2のように、糸が斜面の最大傾斜方  
向と平行な場合を考える。

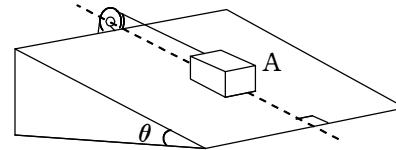


図 2

(1) 物体Aが斜面上で静止しているとしてよ。  
このとき、物体Aにはたらく摩擦力の大きさを、 $m, M, \theta, g$ のうちの必要なものを用いて表せ。

(2) 物体Aを斜面上で静止させておくためには、物体Bの質量 $M$ の値がある範囲内  
になければならない。この $M$ の範囲の下限値と上限値を、 $m, \theta, \mu, g$ のうちの必  
要なものを用いて表せ。なお、(a)  $\mu < \tan \theta$ , (b)  $\mu \geq \tan \theta$ , それぞれの場合につい  
て答えよ。

次に、図3のように、糸が斜面の最大傾斜方  
向と角度 $\alpha$  ( $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ )をなしている場合を考  
える。

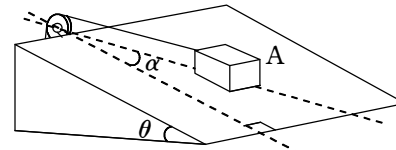


図 3

(3) 物体Aが斜面上で静止しているとしてよ。  
このとき、物体Aにはたらく摩擦力の大きさを、 $m, M, \theta, \alpha, g$ のうちの必要なものを用いて表せ。

(4)  $\mu$ がある値 $\mu_c$ よりも小さい場合は( $\mu < \mu_c$ )、物体Bの質量 $M$ の値をどのように選  
んでも、物体Aを静止させておくことができない。この $\mu_c$ を、 $m, \theta, \alpha, g$ のう  
ちの必要なものを用いて表せ。

(5)  $\mu \geq \mu_c$ の場合に、物体Aを斜面上で静止させておくためには、物体Bの質量 $M$ の  
値がある範囲内にならなければならない。この $M$ の範囲の下限値と上限値を、 $m, \theta,$   
 $\alpha, \mu, g$ のうちの必要なものを用いて表せ。なお、(a)  $\mu < \tan \theta$ , (b)  $\mu \geq \tan \theta$ , そ  
れぞれの場合について答えよ。

2.

次の文章の ア, ウ, エ には適切な数式を記入し, イ, オ, カ には適切な文章や図を記入せよ。

図1に示すように, 固定された平板上に1辺の長さが  $L$  の立方体  $A$  をおき, 両側面に糸を付け, それぞれ張力  $T_0$  および  $T_1$  で糸を引いた。立方体  $A$  と平板との静摩擦係数は  $\mu$ , 立方体の両側面と糸とのなす角度はそれぞれ

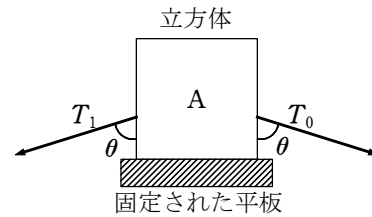


図1

$\theta$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) である。立方体  $A$  は平板に対して平行にしか動かない(回転しない)とする。

$T_0 = T_1$  の状態から,  $T_0$  のみを少しずつ増加させたとき, 立方体  $A$  がすべり始める直前の  $T_0$  を  $T_1$  を用いて表すと,

$$T_0 = \text{ア} \dots\dots ①$$

となる。①式の導き方を イ に記述せよ。

次に,  $n$  個の立方体  $A$  を固定された正  $n$  角柱の各側面におき, 互いに糸で結んだ。正  $n$  角柱の1辺の長さは  $L$  であり, 立方体  $A$  と正  $n$  角柱との静摩擦係数は  $\mu$  である。糸の張力を順に  $T_0, T_1, \dots, T_n$  とする。図1の場合と同じように,  $n$  個の立方体  $A$  と  $n+1$  本の糸とのなす角  $\theta$  は全て等しいとする。図2は  $n=3$  の場合の例である。  $\theta$  を  $n$  で表すと,

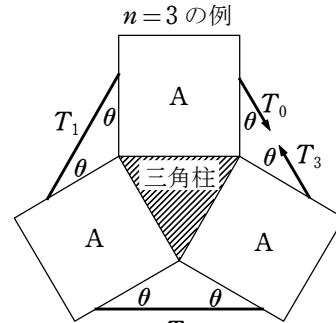


図2

$\theta = \text{ウ}$  である。  $T_0 = T_n$  の状態から少しずつ  $T_0$  のみを増加させたとき,  $n$  個の立方体  $A$  がすべり始める直前の  $T_0$  を  $T_n$  を用いて表すと

$$T_0 = \text{エ} \dots\dots ②$$

となる。②式の導き方を オ に記述せよ。

$n = \infty$  のときの②式を考慮すると

$$T_0 \leq T_\infty e^{2\pi\mu} \dots\dots ③$$

となる場合にはすべりが起こらないことが導かれる。ここで,  $e = 2.718\dots\dots$  である。

③式が表すような現象の具体例を カ に説明せよ。