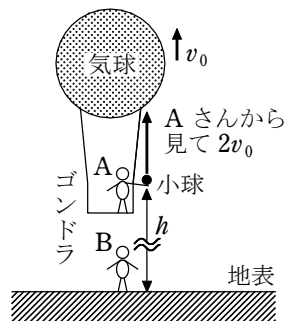


1.

次の文の [ア] ~ [キ] に入れるのに最も適当なものを文末の解答群から選べ。

図のように、地表で静止している B さんから見て一定の速さ v_0 で鉛直上向きに上昇する気球のゴンドラに、A さんが乗っている。A さんは、ゴンドラの高さが地表から h となった瞬間に、A さんから見て速さ $2v_0$ で小球を鉛直上向きに投げ上げた。この小球の運動について考える。小球を投げ上げてから気球の上昇する速さは v_0 のまま変化せず、小球は気球やゴンドラと衝突することもないものとする。また、A さんが小球を投げ上げた時刻 $t=0$ とする。ただし、A さんの大きさ、B さんの大きさ、空気の抵抗は無視できるものとし、重力加速度の大きさを g とする。小球を投げ上げてからしばらくすると、小球は A さんから見て最高点に達した (小球が鉛直上向きに A さんから最も離れた)。このときの時刻は $t=[ア]$ で、A さんと小球の距離は [イ] である。



一方、小球を投げ上げてからしばらくすると、地表で静止している B さんから見て最高点に達した。このときの時刻は $t=[ウ]$ で、地表から小球までの距離は $h+[エ]$ である。

その後、小球は再び A さんと同じ高さになった。このとき、時刻は $t=[オ]$ で、地表で静止している B さんから見た小球の速さ (速度の大きさ) は [カ] である。

しばらくして、小球は地表に到達した。このときの時刻は $t=[キ]$ である。

[解答群]

- ① $\frac{2v_0}{g}$ ② $\frac{3v_0}{g}$ ③ $\frac{4v_0}{g}$ ④ $\frac{6v_0}{g}$ ⑤ $\frac{2v_0^2}{g}$ ⑥ $\frac{9v_0^2}{4g}$
 ⑦ $\frac{3v_0^2}{g}$ ⑧ $\frac{4v_0^2}{g}$ ⑨ $\frac{9v_0^2}{2g}$ ⑩ $\frac{9v_0^2}{g}$ ⑪ v_0 ⑫ $2v_0$
 ⑬ $3v_0$ ⑭ $4v_0$ ⑮ $\frac{2v_0 + \sqrt{4v_0^2 - 2gh}}{g}$ ⑯ $\frac{2v_0 + \sqrt{4v_0^2 + 2gh}}{g}$
 ⑰ $\frac{3v_0 + \sqrt{9v_0^2 - 2gh}}{g}$ ⑱ $\frac{3v_0 + \sqrt{9v_0^2 + 2gh}}{g}$ ⑲ $\frac{2v_0 - \sqrt{4v_0^2 - 2gh}}{g}$
 ⑳ $\frac{2v_0 - \sqrt{4v_0^2 + 2gh}}{g}$

解答 (ア) ① (イ) ⑤ (ウ) ② (エ) ⑨ (オ) ③ (カ) ⑪ (キ) ⑱

解説

以下では、A および B から見た速度、変位をそれぞれ v_A , x_A および v_B , x_B と表す。

(ア) A から見た小球の運動は、初速度 $2v_0$ 、加速度 $-g$ の等加速度運動である。A から見た最高点とは、小球が A に対して上昇をやめて相対的に静止する点であるから、 $v_A=0$ となる。

「 $v=v_0+at$ 」より

$$v_A=2v_0+(-g)t=0$$

$$t=\frac{2v_0}{g} \dots\dots ①$$

(イ) A との距離とは、A に対する変位 x_A である。

「 $x=v_0t+\frac{1}{2}at^2$ 」より

$$x_A=2v_0 \cdot \frac{2v_0}{g} + \frac{1}{2}(-g)\left(\frac{2v_0}{g}\right)^2 = \frac{2v_0^2}{g} \dots\dots ⑤$$

(ウ) B から見た小球の運動は、初速度 $3v_0$ 、加速度 $-g$ 、初期変位 h の等加速度運動である。最高点では一瞬静止するので $v_B=0$ となる。

「 $v=v_0+at$ 」より

$$v_B=3v_0+(-g)t=0$$

$$t=\frac{3v_0}{g} \dots\dots ②$$

(エ) $t=0$ のとき $x_B=h$ であることを考慮して

「 $x=v_0t+\frac{1}{2}at^2$ 」の式を立てると

$$x_B=h+3v_0 \cdot \frac{3v_0}{g} + \frac{1}{2}(-g)\left(\frac{3v_0}{g}\right)^2$$

$$=h+\frac{9v_0^2}{2g} \dots\dots ⑨$$

(オ) 小球が A と同じ高さになるということは、A に対する変位が $x_A=0$ になることである。

「 $x=v_0t+\frac{1}{2}at^2$ 」より

$$x_A=2v_0t+\frac{1}{2}(-g)t^2=0$$

$$t\left(t-\frac{4v_0}{g}\right)=0$$

$$t \neq 0 \text{ より } t = \frac{4v_0}{g} \dots\dots \textcircled{3}$$

(カ) 「 $v = v_0 + at$ 」より

$$v_B = 3v_0 + (-g) \cdot \frac{4v_0}{g} = -v_0$$

$$|v_B| = v_0 \dots\dots \textcircled{11}$$

(キ) 地表とは $x_B = 0$ の点である。

$$\left[x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \right] \text{より}$$

$$x_B = h + 3v_0 t + \frac{1}{2} (-g)t^2 = 0$$

整理すると

$$gt^2 - 6v_0 t - 2h = 0$$

2次方程式の解の公式より

$$t = \frac{3v_0 \pm \sqrt{9v_0^2 + 2gh}}{g}$$

負符号は $t < 0$ となり不適なので

$$t = \frac{3v_0 + \sqrt{9v_0^2 + 2gh}}{g} \dots\dots \textcircled{18}$$

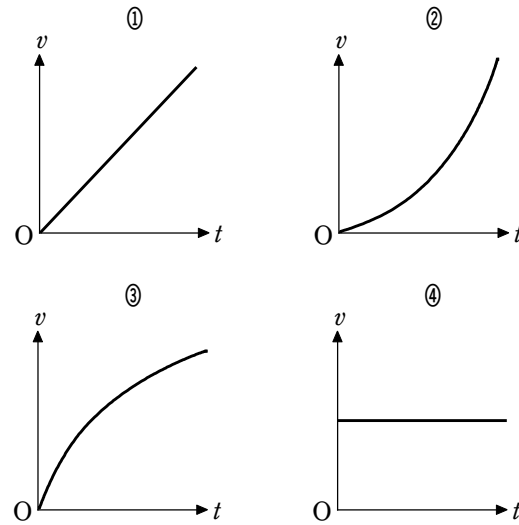
2.

小球の落下運動について考えよう。表1は、金属小球の自由落下の実験を火星の表面で行ったことを想定して計算した経過時間と落下距離の関係を示したものである。これに関して、下の問いに答えよ。

表1

経過時間[s]	落下距離[cm]	差[cm]
0.0	0.0	7.4
0.2	7.4	
0.4	29.8	37.2
0.6	67.0	
0.8	119.2	52.2

(1) この実験における経過時間 t とそのときの速度 v の関係を表す $v-t$ 図として最も適当なものを、次の ①～④ のうちから1つ選べ。



(2) 表1の計算では、火星の表面における重力加速度を地球の表面における重力加速度の何倍に設定したか。最も適当なものを、次の ①～⑤ のうちから1つ選べ。ただし、地球の表面における重力加速度は 9.8 m/s^2 とする。

- ① 0.17倍 ② 0.38倍 ③ 0.94倍 ④ 1.1倍 ⑤ 2.4倍

(3) 次に、火星と地球の表面で小球を等しい距離だけ自由落下させたときの速度を比較する。火星表面における重力加速度は、地球表面における重力加速度の k 倍であるとすると、火星表面での速度の大きさは、地球表面での速度の 倍である。空欄 に入れるものとして正しいものを、次の ①～④ のうちから1つ選べ。ただし、空気の抵抗は無視する。

- ① $\frac{1}{k}$ ② $\frac{1}{\sqrt{k}}$ ③ k ④ \sqrt{k}

解答 (1) ① (2) ② (3) ④

解説

(1) 火星表面での落下運動も地球上と同様に等加速度運動である。したがって
 加速度 = 1秒当たりの速度の変化 = $v-t$ 図の傾き
 は一定なので、 $v-t$ 図は傾きが一定の直線になる。このことは表1からもわかる。
 0.2秒ごとの速度、加速度を求めると下のようになる。

経過時間	落下距離	差	速度	速度の差	加速度
0.0 s	0.0 cm				
		7.4 cm	$\frac{7.4 \text{ cm}}{0.2 \text{ s}} = 37 \text{ cm/s}$		
0.2	7.4			75 cm/s	$\frac{75 \text{ cm/s}}{0.2 \text{ s}} = 375 \text{ cm/s} = 3.75 \text{ m/s}$
		22.4	$\frac{22.4}{0.2} = 112$		
0.4	29.8			74	$\frac{74 \text{ cm/s}}{0.2 \text{ s}} = 370 \text{ cm/s} = 3.70 \text{ m/s}$
		37.2	$\frac{37.2}{0.2} = 186$		
0.6	67.0			75	$\frac{75 \text{ cm/s}}{0.2 \text{ s}} = 375 \text{ cm/s} = 3.75 \text{ m/s}$
		52.2	$\frac{52.2}{0.2} = 261$		
0.8	119.2				

したがって加速度は一定であるといえる。よって答えは ④。

(2) 平均の加速度は

$$\frac{3.75 + 3.70 + 3.75}{3} = 3.73 \text{ (m/s}^2\text{)} \quad \text{なので,}$$

$$\frac{3.73}{9.8} = 0.38 \text{ (倍)} \quad \text{よって答えは ②。}$$

(3) 重力加速度の大きさを g とすると、自由落下の距離 x と時間 t の関係は

$$x = \frac{1}{2} g t^2 \quad \text{よって } t = \sqrt{\frac{2x}{g}}$$

このときの速度 v は

$$v = g t = g \sqrt{\frac{2x}{g}} = \sqrt{2gx}$$

g が地球表面の k 倍のとき v は \sqrt{k} 倍になる。よって答えは ④。

別解 自由落下の距離 x と速度 v の関係は $v^2 = 2gx$ よって $v = \sqrt{2gx}$

以下同様。